Beschreibung der Pluslandschaft:

Die Pluslandschaft basiert auf dem Gedanken, dass Rechnungen in einer Art Landschaft wohnen. Eine Landschaft, dessen Orte und Wege es zu erkunden gilt. Problemstellungen, zum Beispiel wie ich am schnellsten von einem Ort zu einem anderen gelange, oder welcher der bequemste, leichteste Weg ist, lassen sich hier leicht auf die Mathematik übertragen. Dieses impliziert, dass es nicht immer nur einen Weg zum gewünschten Ziel gibt, sondern meist mehrere. Manchmal ist es sogar bequemer von einem Ort zum anderen zu gelangen, indem ich Umwege beschreite!

Als Grundlage der Pluslandschaft wird die Plustabelle gesehen. Diese soll bei meiner Landschaft alle Additionen enthalten, welche für die erste Klasse relevant sind. Ihr Minimum liegt also bei 0+0=0 und ihr Maximum bei 9+9=18. Natürlich lässt sich diese Tabelle (und analog dazu auch die Pluslandschaft) sowohl nach oben, als auch nach unten hin ausweiten (um den negativen Bereich zu verdeutlichen müsste man in der Pluslandschaft eine Art „Keller“ einführen). Mit Hilfe dieser „0+0“- Tabelle kann nun unsere Pluslandschaft konstruiert werden. Dazu setzen wir auf die 10x10 Felder jeweils einen Turm aus Würfeln, deren Anzahl jeweils dem Wert, welcher auf dem entsprechenden Feld der Tabelle geschrieben steht, entspricht. Steht auf einem Feld der Tabelle also die Zahl 9 geschrieben, so kommt auf dieses Feld ein Turm, welcher 9 Holzwürfeln aufeinandergestapelt entspricht. Der Zahl in der Tabelle wird also die entsprechende Würfelzahl zugeordnet, welche wiederum die Höhe des Turmes ausmacht. Hat man auf jedes Feld unserer 0+0- Tabelle solch einen Turm gebaut, ist unsere Pluslandschaft fertig.

Man hat die Möglichkeit die Landschaft stabiler zu gestalten indem man die Würfeltürme durch einteilige Türme ersetzt deren Länge den Türmen, bestehend aus Würfeln, entspricht. So habe auch ich es gemacht. Das hat den Vorteil, dass wenn man nun mit dieser Landschaft arbeiten möchte, diese weniger empfindlich auf Berührungen reagiert und nicht gleich in sich zusammenfällt.

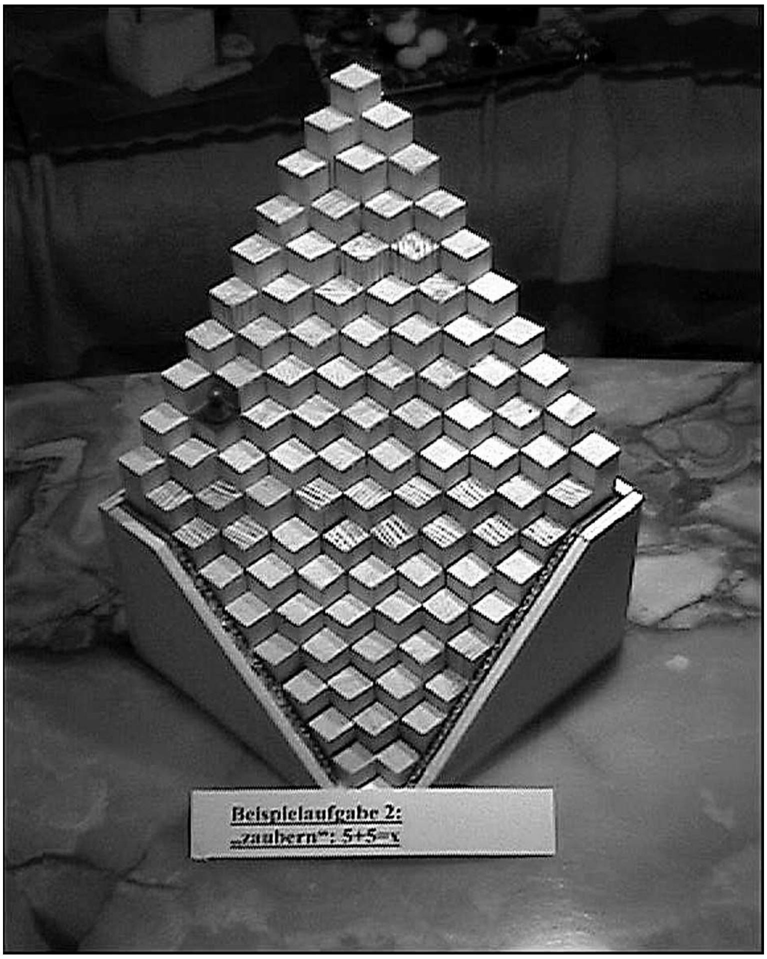
Durch die unterschiedlichen Höhen entsprechend der Anzahl der Würfel entstehen viele Treppen samt Stufen, welche mit kleinen Figuren oder auch den eigenen Fingern erklimmt werden können. Innerhalb der Turmlandschaft gibt es auch Höhenwege, welche über mehrere gleich hohe Türme gebildet werden. Mit Hilfe dieser Pluslandschaft kann ich nun auch einfache arithmetische Aufgaben lösen. Die verschiedenen Aufgaben und deren Lösungswege lassen sich in mehreren Kategorien zusammenfassen, auf welche ich nun eingehen möchte. Zur Verdeutlichung soll dann stets exemplarisch eine Aufgabe aus der jeweiligen Kategorie samt Lösung folgen. Allgemein wollen wir hier verstärkt auf einfache Additionsaufgaben eingehen, welche mit Hilfe unserer Pluslandschaft zu lösen sind. Aber auch andere mathematische Verknüpfungen wie zum Beispiel das „Subtrahieren“ sollen hier nun angesprochen werden. Zwei Summanden sollen beim lösen der Aufgaben stets optisch durch zwei verschiednen Richtungen beim Begehen der Treppen getrennt werden. Drei Richtungen sind möglich- rechts, links, geradeaus:

Kategorie 1: Das „Klettern“.

Mit Hilfe des Kletterns lassen sich einfache Additionsaufgaben, bestehend aus zwei Summanden (aus unserer 0+0- Tabelle) mittels einer Figur lösen indem diese Figur, geführt durch die Hände der Kinder, nun von 0 beginnend, Stufe um Stufe erklimmt um so zum gesuchten Ergebnis zu gelangen. Beispielaufgabe: 3+6=x; Die Figur wird nach ganz unten auf die unterste Stufe, also auf die 0 gestellt. Das Kind erkennt zwei Treppen, bestehend aus Einerstufen, welche in die Höhe führen. Die eine führt nach rechts, die andere nach links. Es muss sich nun für eine Richtung entscheiden- wir nehmen die rechte Treppe. Auf dieser Treppe steigt die Figur mit Hilfe des Kindes nun 3 Stufen nach oben. Diese drei Stufen sollen den ersten Summanden, also die 3 darstellen. Danach schwenkt die Figur in die andere Richtung, also nach links und erklimmt weitere sechs Stufen, entsprechend des zweiten Summanden. Es landet auf einem Neunerturm! Das Ergebnis der Aufgabe 3+6 ist also gleich 9.

Kategorie 2: Das „Zaubern“

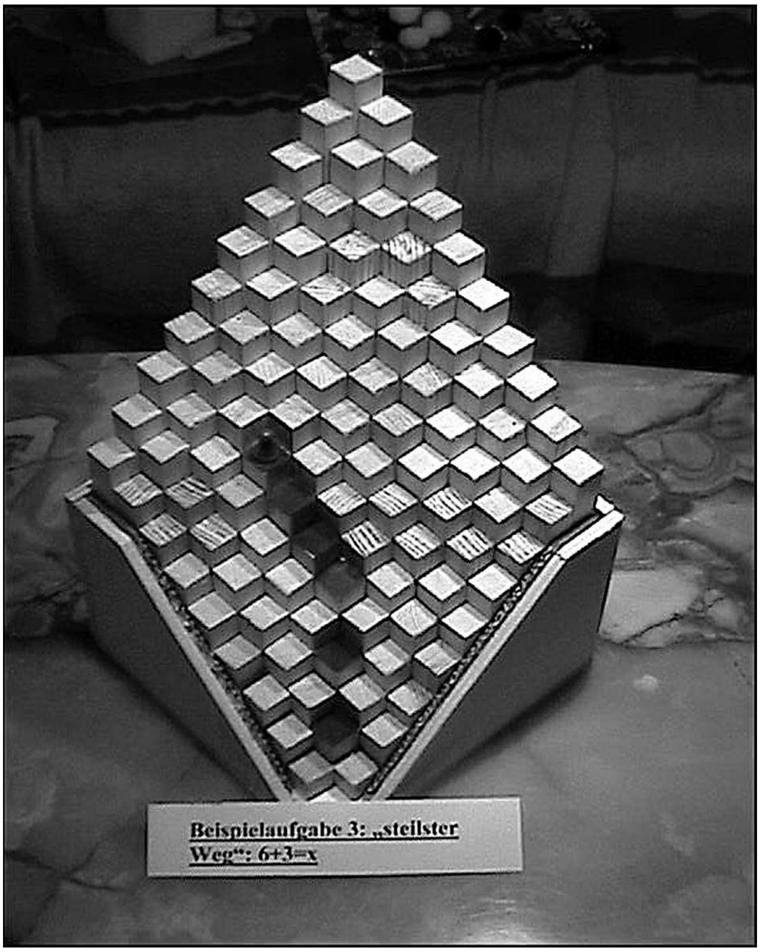
Für die Kinder gibt es auch in der ersten Klasse bereits Aufgaben, die sie auswendig wissen, welche ihnen also keine Probleme bereiten. Solche für die Kinder sehr angenehmen Aufgaben (angenehm, da sie hier nicht mehr rechnen müssen) sind zum Beispiel 6+6, 5+5 (werden meist gezielt im Unterricht in Form von Merksätzen auswendig gelernt) oder auch 3+0, 5+0,



etc.. Soll ein Kind nun solch eine als angenehm empfundene Aufgabe mit Hilfe der Pluslandschaft lösen, hat es die Möglichkeit zu zaubern. Es muss ja nicht mühsam die Figur Stufe um Stufe nach oben führen, da es das Ergebnis ja bereits weiß! Es darf sich hier mit einem Satz hoch auf das entsprechende Ergebnis zaubern. Je nach empfinden des Kindes darf es selbst wählen, ob es zaubert (d.h. die Aufgabe ist kein Problem mehr), oder doch lieber Stück um Stück klettert. Je mehr Aufgaben das Kind auswendig kennt, um so mehr kann es zaubern. Beispielaufgabe: 5+5=x; Das Kind empfindet diese Aufgabe als sehr angenehm, denn es kennt ihr Ergebnis, ohne nachrechnen zu müssen: „Warum groß rumklettern, dass kann ich doch direkt lösen!“. Es nimmt die Figur und springt direkt von der 0 auf einen 10er Turm. D.h. es weiß sofort: 5+5=10. Die Figur wurde vom Kind direkt auf den Lösungsturm gesetzt. Das zaubern ist hier jedoch nicht versteckt vor dem Kind abgelaufen. Vielmehr ist bereits im Kopf des Kindes etwas passiert. Es hat auf bereits erlerntes zurückgegriffen. Eine negative Verbindung mit dem Wort „zaubern“ kann hier also abgetan werden (Es passiert nichts verdeckt vor den Augen der Kinder).

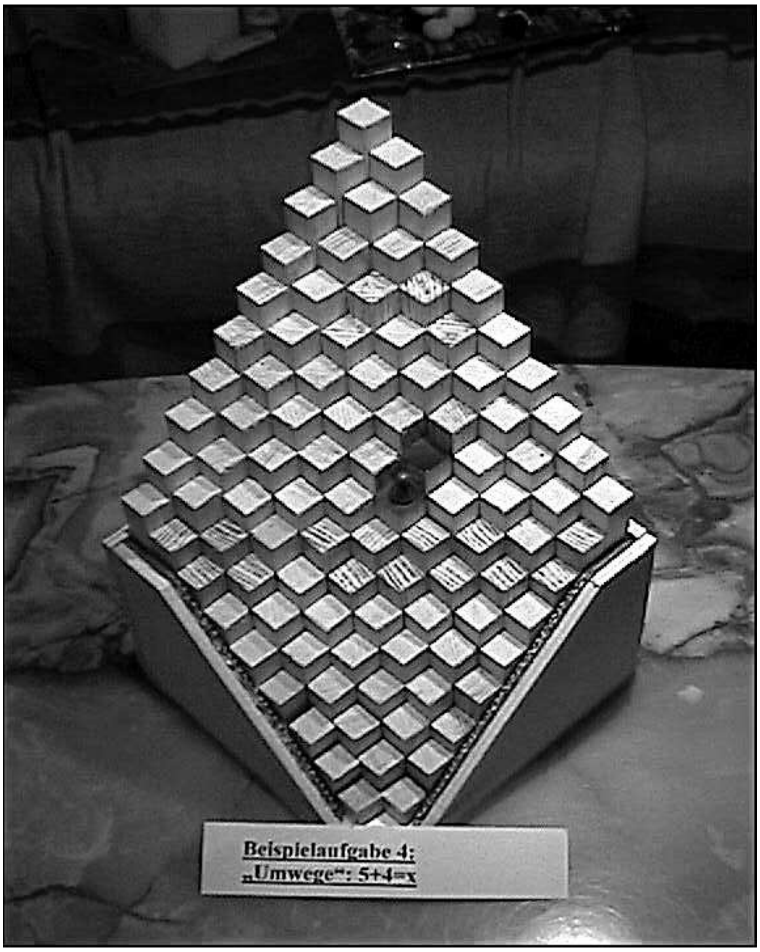
Kategorie 3: „Der steilste Weg der geraden Zahlen“.

In der Pluslandschaft kann ich vom 0- Turm aus beginnend nicht nur nach links oder nach rechts gehen. Es gibt sogar eine Treppe, welche geradeaus nach oben führt. Dies ist der steilste Weg in der Pluslandschaft. Dieser Weg stellt eine Folge von Zweiern dar, d.h. auf diesem Weg gibt es nur gerade Zahlen. Habe ich eine Additionsaufgabe mit einem oder sogar zwei geraden Summanden (sind diese also jeweils durch 2 teilbar), so kann ich diese Treppe auf jeden Fall mit auf meinem Weg zum gesuchten Lösungsturm einbeziehen. Beispielaufgabe: 6+3=x; Ich weiß, das 6 eine gerade Zahl ist, da diese durch 2 teilbar ist, d.h. wenn ich mich auf den steilsten Weg begebe, muss ich an ihr vorbeikommen. Da ich auf diesem Weg schneller vorankomme, weil ich jastets zwei Stufen auf einmal nehme, wähle ich diesen Weg aus. Beim ersten Schritt lande ich gleich auf der 2, beim zweiten auf der 4 und schon beim dritten Schritt auf der 6. Die 3, also der zweite Summand, ist eine ungerade Zahl, da diese nicht glatt durch 2 teilbar ist. Hier komme ich auf dem steilsten Weg ohne weiteres erst einmal nicht weiter. Ich wähle hier den Pfad nach links über die Einerstufen und gehe so weiter nach oben. Am Ende gelange ich auf einen Neunerturm. Das Ergebnis von 6+3 lautet 9. Durch den steilsten Weg konnte ich mir die Strecke nach oben also ein wenig verkürzen!



Kategorie 4: „Umwege aus Bequemlichkeit“.

Es gibt Aufgaben, bei denen ich bequemer zum Ergebnis gelange, indem ich über dieses hinausspringe. Als einfaches Beispiel wähle ich die Aufgabe 5+4=x; Ich habe zuvor bereits erwähnt, dass man bei Aufgaben, welche man auswendig beherrscht „zaubern“ darf. Auch hier gibt es eine ganz ähnliche Aufgabe, welche von den Kindern meist relativ früh auswendig beherrscht wird; 5+5=10. Habe ich bei der eigentlichen Aufgabe Probleme, so kann ich mir dieses zu Nutze machen! Die jeweiligen Summanden der beiden Aufgaben liegen ja sehr nahe beieinander. Sie sind sozusagen Nachbarn (hier: die 5 und die 4). Es liegt nahe, dass auch die Summen der Aufgaben sich in einem Nachbarschaftlichen Gebiet befinden. Ich nutze also dieses wissen und springe direkt auf einen 10er Turm. Da der zweite Summand 4 und nicht 5 lautet muss ich wieder einen abziehen (Ich bin also einen zu weit gesprungen). Dies tue ich, indem ich einfach einen Schritt zurück gehe, auf eine Stufe unter mir. Über einen Umweg erhalte ich also das Ergebnis: 5+4=(5+5)-1=10-1=9. Ich lande mit meiner Figur also auf einem Neunerturm.

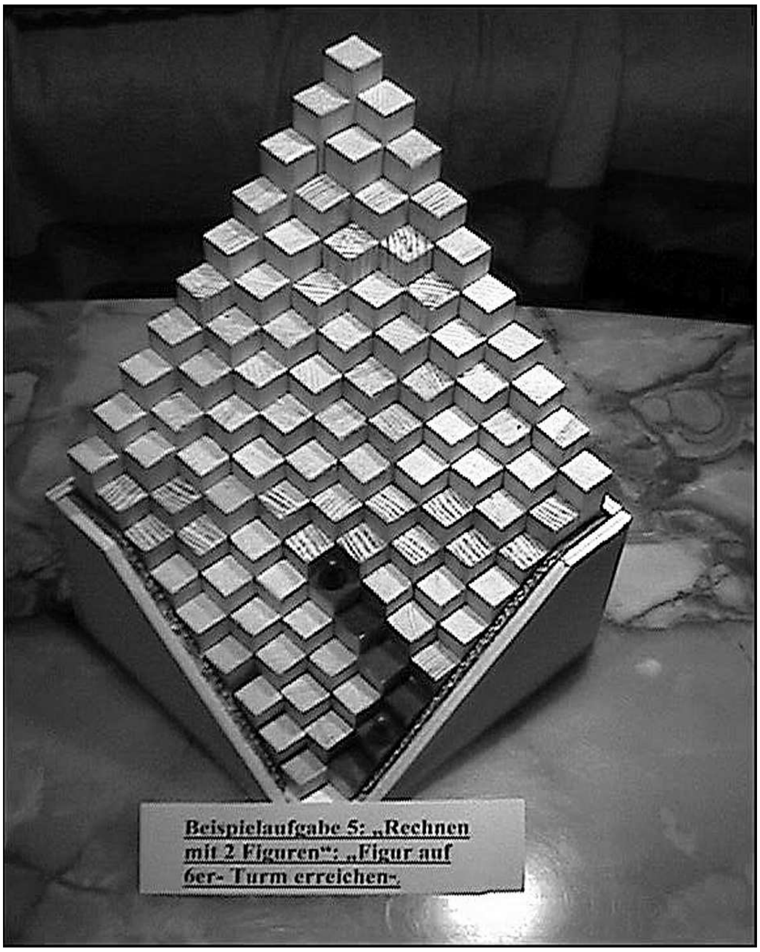


Kategorie 4.1: „Die Subtraktion in der Pluslandschaft"

Bei der Beispielaufgabe in der Kategorie 4 haben wir die Subtraktion mit in unser Vorgehen einbezogen. Das Subtrahieren wurde mittels eines Abwärtsgehen der Figur auf den Stufen veranschaulicht. Das Subtrahieren lässt sich allgemein als eine Umkehrung der Addition sehen, was hier auch durchaus mit reinspielt: Bin ich eine Stufe zu hoch gesprungen (+1), so muss ich wieder umkehren, also eine Stufe abwärts gehen (-1). Unglücklich hierbei ist vielleicht aber, dass egal ob ich nun auf- oder abwärts gehe, sich die Anzahl der Stufen welche ich begehe stets erhöht. Dies kann zu Missverständnissen führen.

Kategorie 5: „Aufgaben mit 2 Figuren“.

Die Pluslandschaft lässt sich nicht nur nutzen, um an ein gesuchtes Ergebnis zu gelangen. Ich kann genauso eine Figur nehmen (Figur 1) und diese auf einen beliebeigen Turm setzen. Aufgabe ist es nun den Höhenweg oder sogar den konkreten Turm auf dem Figur 1 sitzt mittels einer zweiten (Figur 2) zu erreichen. Man kann dieses auch mehrmals durchspielen, wobei die erste Figur stets an Ort und Stelle sitzen bleibt. Diese soll nun auf immer neuen Wegen erreicht werden. So lernt das Kind verschiedene Wege um zu ein und demselben Ergebnis zu gelangen kennen. Beispielaufgabe: Die Figur 1 wird auf den 6er Turm in der Mitte gesetzt. Das Kind soll nun mehrere Wege zur Figur 1 finden. Dazu könnte es zum Beispiel einfach 3 Sätze nach vorne machen, denn es erkennt, dass die 6 eine gerade Zahl ist und somit durch den steilsten Weg erreichbar ist. Die 6 lässt sich also in die Summanden 2+2+2 zerlegen. Ebenso könnte es drei Einerstufen nach rechts und dann 3 Einerstufen nach links gehen (3+3). Durch die verschiedenen Wege lernt das Kind immer wieder neue Zerlegungsmöglichkeiten einer vorgegebenen Zahl kennen!



Funktionale Denkweisen in der Pluslandschaft:

Mit Hilfe einer Figur können Kinder in der Pluslandschaft Stufen erklimmen, auf Höhenwegen wandern oder auch ganz große Sätze machen, indem sie mehrere Stufen überspringen. Dieses Begehen der Pluslandschaft beschreibt die dynamische Komponente, welche beim Lösen von einfachen Additionsaufgaben hier mit reinspielt. Die Kinder müssen also unter Einbeziehen ihrer motorischen Fähigkeiten etwas machen. Das Ergebnis wird sozusagen unter körperlichen Anstrengungen erklimmt. Strukturen und Begriffe bei den Aufgaben werden hier also in Form von bestimmten Operationen mit Hilfe von verschiedenen Gegenständen erfasst. Die Summe kann sozusagen in eine Entstehungsgeschichte gebracht werden. Eine Entstehungsgeschichte, durchsetzt von verschiednen Prozessabläufen an deren Ende das Ergebnis steht. In das Plus rechnen wird hier durch das Stufenlaufen also eine gewisse Dynamik mit eingebracht, welche aktiv von den Kindern selbst verursacht und in Gang gehalten wird. Sie selbst müssen Hand anlegen und sich auf die tatsächliche Tätigkeit einlassen. Die Addition ist hier also gut über funktionale Vorgänge erfassbar. Wichtig ist jedoch, dass sie nicht auf bereits funktionale Denkweisen zurückgreifen müssen um die Aufgaben zu lösen. Ihnen wird vielmehr etwas angeboten, was ihnen die Ausbildung einer dynamisch greifenden internen begrifflichen Repräsentation der Aufgaben erleichtert. Die Kinder werden hier also an funktionale Denkweisen herangeführt. Auch im Hinblick auf spätere Problemstellungen können Kinder solche Erfahrungen nutzen! Sie haben sich ja schon einmal auf die Schiene „Ausbau einer dynamisch greifenden Repräsentation“ begeben und verfügen dementsprechend in neuen Situationen über gewisse funktionale Werkzeuge um das Problem zu meistern.

Die Pluslandschaft und die Vorstellung von der Addition.

Wichtig bei der Addition ist der Aspekt des „Hinzukommens“. In der Pluslandschaft werden die Summanden durch das Erklimmen der entsprechenden Anzahl an Stufen repräsentiert, wobei man beim 1. Summand in die eine, beim 2. Summanden in die andere Richtung steigt. Sind die Kinder die erste Treppe entsprechend des 1. Summanden gestiegen, kommen nun noch weiter Stufen hinzu um eben den 2. Summanden zu würdigen. Der Prozess des Hinzukommens ist für ein Kind also durchaus einsichtig dargestellt. Die Kinder bekommen eine einleuchtende Vorstellung von der Addition, was auch die Ausbildung mentaler Vorstellungsbilder (denkendes Rechnen) unterstützt. Je weiter ich nach oben klettere, desto höher werden die Türme. Auch eine Menge wird größer, addiere ich eine zweite hinzu. Addiere ich die 0 hinzu bleibt diese natürlich gleich. Auch in der Pluslandschaft bliebe ich auf meinem Standpunkt/Turm stehen. Würde ich die Türme in gleichgroße Würfel zerlegen hätte man verschiedene Mengen von Würfeln entsprechend der Höhe der Türme. Je mehr ich addiere, desto höher werden die zu erklimmenden Türme, desto mehr Würfel bilden meinen Zielturm. Hier spielt also auch der Mengenaspekt mit rein. Allerdings erfordert dies mit unter Kenntnis von der Konstruktion der Pluslandschaft mit Hilfe von Würfeln auf der Plus Tabelle, was nicht unbedingt als vorrausgesetzt gelten kann. Man könnte vielleicht besser mit „Menge an Holz“ argumentieren: Je größer die Summanden, desto größer der Zielturm, desto mehr Menge an Holz, aus welchem der Turm besteht.

Zählendes / denkendes Rechnen und die 5er Struktur in der Pluslandschaft:

In der Pluslandschaft ist es möglich, arithmetische Anforderungssituationen mit Hilfe des zählenden Rechnens angemessen zu bewältigen. So zähle ich durch das Klettern auf den Einerstufen die entsprechenden Summanden ab und lande auf dem Turm, welcher das gesuchte Ergebnis darstellt. Eine Ablösung dieser Strategie durch effektivere Rechenstrategien wird durch das „zaubern“ in der Rechenlandschaft unterstützt. Die Kinder haben die Möglichkeit in der Landschaft umherzuspringen um die Ergebnisfindung zu verkürzen. Sie können in 2er Schritten voranschreiten oder sogar mit einem Satz auf das Ergebnis springen. Ist ihnen das abzählen also zu langweilig, bietet die Landschaft zahlreiche andere Möglichkeiten um zu dem gesuchten Ergebnis zu gelangen. Der Prozess des denkenden Rechnens wird hier weniger behindert sondern vielmehr belohnt durch eben weniger Arbeit! Weniger Arbeit ist für die Kinder reizvoll. Die Rechenlandschaft fördert eine Ablösung von Zählstrategien also eher, als dass sie diese verfestigt. Die Kinder können durch ihr Tun tragfähige Vorstellungsbilder konstruieren, also eine Zahldarstellung oder die konkrete Repräsentation einer Rechenoperation vor ihrem geistigen Auge wahrnehmen. Mentale Bilder können aufgebaut werden.

Eine Hilfe, um vom zählenden Rechnen zum denkenden Rechnen überzugehen ist die strukturierte Darstellung des Wahrnehmungsobjektes (mentale Bilder werden leichter ausgebildet). Struktur besteht in unserer Landschaft insofern, als das die Türme nach Größe geordnet zusammenstehen und mehrere Einer - oder Zweiertreppen bilden. Eine auffällige 5er Struktur (zum Beispiel) ist hier nicht vorgegeben. Das eine konkrete 5er Struktur nicht vorgegeben ist heißt jedoch noch lange nicht, dass man diese nicht nutzen kann. Die Kinder haben die Möglichkeit in 2er, 3er, 4er, 5er, etc. Schritten auf den Stufen zu springen. Für die Kinder lohnt es sich größere Sprünge zu machen, denn sie kommen schneller zum Ziel. Wer den Sprung von der 0 zur 5 schafft und immer gleiche Sprünge macht, lernt die 5er Folge kennen. Ich kann hier also wohl 5er als auch andere Strukturen nutzen! Die Kinder bekommen dadurch eine Vorstellung von den Strukturen des Zahlenstrahls.

10er Übergang in der Pluslandschaft

Die Struktur der Pluslandschaft geht eher weniger auf die Strategie, beim 10er Übergang erst den 10er voll zu machen um dann weiterzurechnen ein. Ich kann hier nicht mal zehn Schritte in eine Richtung gehen, was mir eine Gliederung in 10er, welche ich füllen könnte zusätzlich erschwert. Die zwei Kanten in der Landschaft werden bereits von zwei Neunertürmen gebildet, so dass ich spätestens hier in eine andere Richtung laufen muss. Trotzdem ist zum Beispiel die Aufgabe 5+5=10 eine als angenehm empfundene, welche jeder Schüler schnell auswendig kennt. Diese kann ich ja schon Nutzen um an gesuchte Nachbarn zu kommen. Ich springe erst auf die 10 (erst 10er voll machen) und schaue dann weiter. Aber genauso kann ich natürlich auch einfache Sätze wie eben 6+6=12, etc. Nutzen um schnell an deren unangenehmere Nachbarn heranzukommen.

Zusammenfassend: Vor- Nachteile der Pluslandschaft:

Vorteile:

- Addition ist sehr gut über funktionale Vorgänge, welche hier eben gefordert werden, erfassbar. Der Aspekt des Hinzukommens wird deutlich.
- Zählendes Rechnen kann zu Beginn genutzt werden, denkendes Rechnen wird gleichzeitig angeregt durch „weniger Arbeit“, bzw. durch eine schnellere Ergebnisfindung.
- Die Kinder lernen durch gleichgroße Hüpfer verschiedene Folgen kennen und bekommen so eine Vorstellung von den Strukturen des Zahlenstrahls.
- Durch verschieden große Türme können die Kinder den Zahlen ihren Mächtigkeiten zuordnen und diese in Relation bringen (z.B.: 5 ist größer als 3. Genauso verhält es sich mit den Türmen.)
- Es gibt viele verschiedene Möglichkeiten (Wege) eine Aufgabe zu lösen. Vorgegebene Summen können in verschiedene Summanden unterteilt werden (verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten). Nachbarn in der Landschaft haben vielleicht ähnliche Wege. Umwege über angenehmere Aufgaben können gewählt werden. Die Kinder sind frei beweglich.
- Die Subtraktion bleibt nicht außen vor. Auch sie kann hier genutzt werden (durch Umkehren; Umkehrung der Addition).
- Die Sprünge in Folgen bilden eine wichtige Grundlage für das Multiplizieren (z.B.: 2+2+2=3x2=6).
- Auf Farben wird verzichtet. Die Kinder kommen nicht in Versuchung diese fest mit Aufgaben und Summanden zu verbinden. Sie müssen immer aufs Neue flexibel in ihren Handlungen sein.
- Kontrolle durch Lehrer gut möglich- muss einfach den Turm suchen, auf welchem die Figur gelandet ist.

Nachteile:

- Bei der Subtraktion wird die Zahl der begangenen Stufen trotz Zurückgehen immer mehr- Missverständnisse Möglich.

- Die Landschaft erklärt sich nicht von selbst. Die Schüler müssen sich diese mit dem Lehrer erarbeiten. Diese Arbeit scheint sich jedoch zu lohnen.
- Die konkrete Aufgabe samt Lösungsschritten ist nach dem Erklimmen der Landschaft für dritte nicht mehr nachvollziehbar.

Quellen:

- ZDM 2003 Vol. 35 (3), Analysen, Einführung in prädikatives und funktionales Denken, Inge Schwank, Osnabrück (Germany).
- Beiträge zur Reform der Grundschule 96, Mit Kindern rechnen, Gerhard N. Müller / Erich Ch. Wittmann (Hrsg.), 1995 Arbeitskreis Grundschule – Der Grundschulverband – e.V. Frankfurt am Main.
- E- book, Kognitive Mathematik, Inge Schwank, http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/cognitive_mathematics/schwank_.../kognitive_mathematik01.ht 24.10.03
- „Man kann so, aber auch anders, frag nicht nach der Regel! Leg es für dich bequem zurecht. Schau erst nachher wie die anderen es machen. Lehrmittelverlag des Kantons Zürich. 1. Auflage 1995. Printed in Switzerland.

Anmerkung zu den Photos: Die Photos veranschaulichen die Aufgaben, welche in den entsprechenden Kategorien behandelt wurden. Die Plättchen dienen **nur** zur Nachvollziehbarkeit für den Betrachter der Photos! Im normalen Umgang mit der Pluslandschaft fallen diese natürlich weg.