

Universität Osnabrück
Wintersemester 2003/2004
Dozentin: Prof. Dr. Inge Schwank

Pluslandschaft

Erstreichenschein für die Grundschule

Name: Andrea Hübler
Adresse:
Matrikelnummer:
e-Mail:

Die Pluslandschaft stammt aus dem Mathematikbuch: Sprache und Mathematik; Ich mache es so! Wie machst du es? Das machen wir ab. von Urs Ruf und Peter Gallin. Sie wird hauptsächlich in der Grundschule der Schweiz angewendet.

Die Pluslandschaft basiert auf der „0+0-Tabelle bis 9“ (siehe Anhang Seite 1), d.h. es werden jeweils Zeilen- und Spaltenweise die Zahlen von 0 bis 9 addiert (Beispiel: Zeile: 2, Spalte: 3, Ergebnis: 5; siehe grün markiert). Sie besteht aus 99 Türmen, wobei es 18 verschiedene Größen gibt. Von jeder Sorte gibt es unterschiedlich viele Türme, so gibt es beispielsweise den 18er Turm einmal, den 1er und 17er jeweils zwei mal usw.. Am häufigsten tritt der 9er Turm auf, nämlich 10mal, da es sich wie bereits erwähnt um die „0+0-Tabelle bis 9“ handelt. Dadurch ist die Zahl 9 als Ergebnis genau 10mal möglich, so z.B. $0 + 9$, $1 + 8$, $2 + 7$, ... (siehe rot markierte Zeile in der Tabelle). Die Häufigkeit vom Auftreten der jeweiligen Zahlen hängt also von der Art der Tabelle ab (würde die Pluslandschaft beispielsweise der „0+0-Tabelle bis 16“ zu Grunde liegen, wäre die Aufteilung der Zahlen anders, da z.B. die Zahl 10 11mal auftreten würde).

Der Aufbau der Pluslandschaft ist wie eine Treppe, die bei der 0. Stufe beginnt und von da an bis zur 9. Stufe nicht nur jeweils um eine Stufe höher, sondern auch jeweils um einen Turm breiter wird. Von der 9. zur 18. Stufe wird es zwar immer noch um eine Stufe höher, aber gleichzeitig auch um einen Turm schmaler, da die Zahlen aufgrund der vorgegebenen Tabelle nicht mehr so häufig auftreten.

Im Folgenden werde ich kurz darauf eingehen, wie ich meine Pluslandschaft hergestellt habe. Zunächst habe ich mir Gedanken darüber gemacht, aus welchem Material es sein sollte und mich für Holz entschieden, da dieses sehr stabil ist und nicht gleich kaputt geht, wenn es mal runter fällt. Als nächstes habe ich mir überlegt, wie groß die einzelnen Türme und damit auch die Abstände zwischen den jeweils nächst größeren Türmen sein sollen. Da meine Pluslandschaft nicht zu groß werden sollte, habe ich mich darauf festgelegt, dass der erste Turm 2cm groß sein soll und damit auch der Abstand zum nächst größeren Turm 2cm beträgt. Nun habe ich mir die Anzahl der Türme und ihre jeweiligen Größen aufgeschrieben und alle zusammenaddiert, damit ich die entsprechende Länge des Holzstabes in einem Baumarkt besorgen konnte. Anschließend habe ich die jeweiligen Türme ausgesägt. Zum Schluss habe ich noch einen Kasten gebaut, damit die Türme in einer Art Halterung sind und dadurch nicht so leicht umkippen können.

Die Pluslandschaft soll als Hilfsmittel für Schüler der Grundschule dienen, die hiermit primär Additionsaufgaben rechnen können. Allerdings sind auch andere Rechenoperationen mit der Landschaft möglich, auf die ich im weiteren Verlauf meiner Arbeit noch näher eingehen

werde. Die Vorgehensweise wird durch die Aufgaben, die ebenfalls im weiteren Verlauf folgen werden, noch deutlich. Allgemein gilt jedoch, dass die Kinder sich für eine Seite entscheiden sollen, bei der sie beginnen. Hierbei haben sie die Möglichkeit von links nach rechts oder von rechts nach links vorzugehen. Ich habe mich für die Vorgehensweise von links nach rechts entschieden, da ich es persönlich für sinnvoll halte, weil man auch von links nach rechts liest und somit mit der Vorgehensweise bereits vertraut ist.

Zu Beginn des Umgangs mit der Pluslandschaft kann man Kärtchen mit Zahlen auf die Türme legen, damit sich die Kinder daran gewöhnen, welche Stufe für welche Zahl steht. Später sollte man diese allerdings nicht mehr verwenden, da sie der Pluslandschaft ein statisches-Dasein verleihen, welches schnell zur Unterforderung führen kann. Aus dem gleichen Grund werden auch bewusst keine Farben verwendet.

Die Pluslandschaft ist für eine funktionale Denkweise sehr gut geeignet, da man sich mit der Figur durch die Landschaft bewegt (dynamischer Prozessablauf) und sich somit etwas verändert. In jedem Fall kann die Pluslandschaft dazu dienen, die funktionale Denkweise (der Kinder) zu fördern. Auch für eine prädikative Denkweise ist die Pluslandschaft geeignet, da man z.B. beim Größenvergleich zweier Türme sich an gleichem orientiert und vergleicht.

Ebenso positiv ist, dass der visuelle Sinn angesprochen wird, dadurch können die Kinder sich gut vorstellen, wie sie selber Treppen heraufsteigen und eventuell probieren sie das auch außerhalb der Schulzeit aus und rechnen damit. Neben dem visuellen wird auch der Tastsinn angesprochen, da die Kinder die Figur/Figuren anfassen und versetzen können. Durch die Verwendung von mehreren Sinnen können die Kinder sich besser etwas merken und dadurch auch besser lernen.

Besonders gut geeignet ist die Pluslandschaft, wie der Name schon sagt, für die Addition, aber auch andere Rechenoperationen können hiermit durchgeführt werden. So kann man zum Beispiel die einzelnen Holzklötze miteinander vergleichen lassen und feststellen, dass beispielsweise der 2er Turm 3mal in den 6er Turm passt. Somit können zumindest einige einfache Rechnungen der Multiplikation durchgeführt werden. Aus diesem Grund ist es auch wichtig, dass die Türme nicht an der Grundplatte befestigt sind, damit die Kinder die einzelnen Türme auch aneinander/nebeneinander halten können.

Ebenso geeignet ist die Pluslandschaft für die Subtraktion, da man die Figuren auch zurücksetzen kann (siehe Aufgabe 2). Die Aufgabe $16 - 4$ würde dann so gelöst werden, dass man eine Figur auf die 16er Stufe stellt und von da aus 4 Stufen runtergeht.

Als Einführung für den Umgang mit dem Lineal kann die Pluslandschaft auch benutzt werden, da die einzelnen Türme gemessen werden können.

Bei der Addition finde ich besonders gut, dass die einzelnen Summanden gut zur Geltung kommen. Sollten die Kinder mit mehreren Figuren arbeiten, bleibt die eigentliche Rechnung sogar noch nach der Ergebnisbestimmung erhalten. Hierbei könnten sie z.B. mit zwei Figuren arbeiten, wobei die eine Figur für den ersten Summanden und die zweite Figur für den zweiten Summanden und das Ergebnis steht (siehe Aufgaben). Zudem wird durch die Pluslandschaft deutlich, dass bei der Addition etwas zusammenkommt, in diesem Fall wird die Figur zunächst auf der einen Seite um den einen Summanden nach oben versetzt und anschließend in die andere Richtung durch den zweiten Summanden weiter nach oben. Hierdurch erkennen die Kinder, dass die Figur auf einer höheren Stufe steht, als zu Beginn der Rechnung. Sollten sie auch hier mit mehreren Figuren arbeiten, wie bereits weiter oben beschrieben, so können sie erkennen, dass die Figur die für den ersten Summanden steht, niedriger ist als die Figur, die für den zweiten Summanden und das Ergebnis steht. Auch Aufgaben über die Pluslandschaft hinaus, wie z.B. $98 + 98$ können die Kinder nach einer gewissen Zeit des Umgangs mit diesem Hilfsmittel berechnen, da sie in der Lage sind, sich Hilfstürme zu denken und somit ähnlich vorgehen können, wie eine Aufgabe, die man innerhalb der Pluslandschaft lösen kann.

Die Pluslandschaft soll laut dem Artikel: „Einführung in prädikatives und funktionales Denken“ von Inge Schwank, Osnabrück (Germany) die Kinder ermuntern, dass sie im Umgang mit mathematischen Umformen beweglicher werden. Angenommen das Ergebnis einer Aufgabe ist 9, dann kann man die Kinder fragen, ob man auch anders an das Ergebnis kommt. Man kann dann zum einen weitere Aufgaben aufschreiben, bei denen das Ergebnis 9 ist, zum anderen kann man aber auch über die Nachbarn zum Ergebnis kommen. Dadurch erkennen die Kinder, dass es für eine Aufgabe zwar meistens nur eine Lösung gibt, dass hierbei aber auch viele Lösungswege möglich sind. Dieses ist auch ein sehr wichtiger Punkt, da jedes Kind (jeder Mensch) laut dem „radikalen Konstruktivismus seine individuelle Denkweise hat.

Zudem werden die Kinder erkennen, dass es manchmal einfacher ist über Umwege zum Ergebnis zu kommen, dass heißt, dass es teilweise gut ist, wenn man die Aufgabe zunächst verändert und dann erst das Ergebnis bestimmt. Beispielsweise bei der Aufgabe $9 + 7$ könnte es einfacher sein, dass man zunächst $10 + 7$ rechnet und dann eins abzieht. Jedoch sollte man die Kinder nicht dazu zwingen, dass sie die Aufgaben umformen, denn Einige sind auch ohne Umformung sehr gut in der Lage die Aufgabe zu berechnen. Ein weiterer Vorteil der Umformung liegt darin, dass die Kreativität der Kinder gefördert werden kann. Wichtig ist dabei auch, dass die Kinder ihre eigene Vorgehensweise begründen, damit sie zum einen das Be-

gründen lernen, zum anderen wird dadurch dem Lehrkörper aber auch gezeigt, ob das Kind die Aufgabe wirklich verstanden hat. Des Weiteren lernen die anderen Kinder andere Vorgehensweisen kennen und haben dadurch die Möglichkeit ihre eigenen Vorgehensweisen zu überarbeiten bzw. zu erweitern. Generell ist es hilfreich, wenn man nicht nur einen Lösungsweg kennt, da es teilweise vorkommen kann, dass man mit diesem an die Grenzen stößt und dann kann man eventuell versuchen, ob ein anderer Lösungsweg zum Ergebnis führt oder ob vielleicht eine Kombination von mehreren verschiedenen Lösungswegen zum richtigen Ergebnis führt. Zudem legt man sich somit nicht auf ein bestimmtes Schema fest, sondern ist offen für diverse Lösungswege.

Ein Nachteil der Pluslandschaft könnte darin bestehen, dass es teilweise in der Anfangszeit schwer werden könnte, das Ergebnis zu bestimmen, da die Kinder gerade bei höheren Zahlen abzählen müssen. Dadurch, dass die Pluslandschaft nicht in einzelne Segmente, wie es zum Beispiel bei den Rechenschiffchen der Fall ist, eingeteilt ist, könnte sie schnell unübersichtlich werden. Diesen Kritikpunkt kann man aber umgehen, indem man wie bereits oben beschrieben zunächst Zahlenkärtchen verwendet, bis die Kinder auch ohne Hilfe wissen, welche Stufe für welche Zahl steht.

Ein allgemeiner Vorteil der Pluslandschaft ist, dass man sehr gut Geschichten einbauen lassen kann. Hierbei können die Kinder sich auch gegenseitig gut Geschichten erzählen. Der frühe Umgang mit Geschichten hat den Vorteil, dass den Kindern die Angst vor späteren (in höheren Klassen) Sachaufgaben genommen wird, da Sachaufgaben eigentlich auch nichts anderes sind, als Aufgaben, die in eine Geschichte eingebaut sind.

Ebenso positiv bewerten würde ich, dass die Null sehr gut dargestellt ist, da sie zwar mit zur Pluslandschaft gehört, aber durch keinen Holzturm dargestellt ist. Zudem erkennen die Kinder, dass sie eigentlich bei jeder Addition auf der „nullten Stufe“ anfangen.

Bei der Pluslandschaft wird das zählende Rechnen schnell unangenehmer als das denkende Rechnen werden, da man bei diesem Hilfsmittel wesentlich leichter zum Ergebnis kommt, wenn man nicht jedes mal anfangen muss abzuzählen. Wenn die Kinder wissen, welche Stufe für welche Zahl steht, brauchen sie lediglich den zweiten Summanden abzählen und können dann erkennen auf welcher Stufe die Figur steht. Bei den Steckwürfeln beispielsweise müssten sie wahrscheinlich bei einigen Zahlen – wie z.B. der 6, die nicht so gut simultan erfasst werden kann - anfangen zu zählen. Dieses ist ein besonders wichtiger Vorteil der Pluslandschaft, da das zählende rechnen generell schnell an die Grenzen stößt und es Aufgabe der Grundschule ist, die Kinder dazu zu bringen, dass sie möglichst früh das denkende Rechnen anwenden.

Im Folgenden werde ich anhand von 4 Beispielen die Vor- und Nachteile und die Vorgehensweise verdeutlichen:

1. Aufgabe: 3 + 9:

Zunächst geht man bei dieser Additionsaufgabe mit der einen Figur (in meinem Fall mit der roten) 3 Schritte auf der linken Seite (da ich mich, wie bereits erwähnt für diese Vorgehensweise entschieden habe) nach oben. Von da aus geht man 9 Schritte diagonal nach rechts oben, da ich für diese Aufgabe zwei Figuren verwendet habe, nehme ich für diese Schritte die zweite Figur (blau) und erhalte das Ergebnis 12 (siehe Bild 1).

Man kann die Aufgabe aber auch anders lösen, um nur ein weiteren Lösungsweg als Beispiel zu nennen, könnte man die Aufgabe zunächst umdrehen und dann 9 Schritte auf der linken Seite nach oben gehen und von der Stufe aus dann 3 Schritte diagonal nach rechts oben. Dieses könnte in jedem Fall dann einfacher bzw. schneller sein, wenn die Kinder schon wissen, welche Stufe für welche Zahl steht, da sie dann einfach auf die 9. Stufe springen können und von da nur noch drei Schritte nach rechts oben abzählen müssen. Beim ersten Lösungsweg können sie zwar auch auf die 3. Stufe springen, aber sie müssen von da noch 9 Schritte nach oben zählen. Hierdurch wird auch sehr gut deutlich, dass die Kinder im Vorteil sind, die das denkende Rechnen anwenden können, da sie erheblich schneller an das Ergebnis kommen.

2. Aufgabe: 16 – 11:

Bei dieser Subtraktionsaufgabe geht man zunächst mit der ersten Figur (rot) 16 Schritte auf der linken Seite nach oben, oder wenn man weiß, welcher Turm für die 16 steht, setzt man ihn gleich auf diese Stufe. Im nächsten Schritt geht man nun, da es sich um Subtraktion handelt, mit der zweiten Figur (blau) 11 Schritte nach links unten. Wenn man dabei den äußersten Rand erreicht geht man einfach die noch verbleibenden 2 Schritte am linken Rand weiter nach unten, so dass man schließlich auf der 5er Stufe steht (siehe Bild 2).

3. Aufgabe: Was fällt auf, wenn man genau in der Mitte nach oben wandert?

Bei dieser Aufgabe - Aufgabentyp Folgen betrachten - könnte den Kindern auffallen, dass sie immer abwechselnd eine Reihe überspringen und dann auf der nächsten Reihe stehen können. Da sie die erste Reihe überspringen, auf der zweiten landen, die dritte Reihe wieder überspringen und auf der vierten landen, erkennen sie, dass sie immer auf den geraden Zahlen stehen können und die ungeraden Zahlen überspringen. Diese Aufgabe können die Kinder gut mit zwei Figuren durchführen, indem sie die eine Figur (rot) auf die „nullte Stufe“ stellen, die

andere (blau) auf die zweite und von da aus immer die Figuren überspringen. Im nächsten Schritt müssten sie dann mit der roten Figur die Blaue überspringen (siehe Bild 3). Der Grund, warum es meiner Meinung nach geeignet ist, dass man mit zwei Figuren arbeitet, ist, dass die Kinder dadurch leichter genau in der Mitte laufen und auch bleiben können, da sie immer einen Anhaltspunkt haben und somit nicht so leicht in der Reihe verrutschen. Natürlich können sie bei dieser Aufgabe auch mehrere Figuren verwenden.

4. Aufgabe: $6 + x = 11$:

Bei dieser Aufgabe vom Aufgabentyp Ergänzungsaufgabe können die Kinder die erste Figur (rot) durch abzählen oder springen auf die 6. Stufe und die zweite Figur (blau) auf die 11. Stufe stellen. Nun können sie den Abstand/ die Entfernung der beiden Figuren abzählen und erhalten so das Ergebnis $x = 5$ (siehe Bild 4).

Allgemein an den Aufgaben kann man erkennen, dass das denkende Rechnen sehr gut eingeführt werden kann, da sie ja einfach auf die entsprechenden Stufen springen können, ohne dass sie jedes Mal abzählen müssen. Zudem lässt sich eine funktionale Denkweise gut durchführen, da sie speziell bei der dritten Aufgabe erkennen müssen, dass immer eine Stufe übersprungen wird. Außerdem findet bei jeder Aufgabe, bei der sie die Figuren versetzen ein dynamischer Prozess statt, welcher auch ein Kriterium für eine funktionale Denkweise ist.

Um daraus ein Fazit zu ziehen, bin ich der Meinung, dass die Pluslandschaft sehr gut für den Schuleinsatz geeignet ist, da die guten Kinder nicht unterfordert werden und die schlechteren Kinder auch nicht überfordert werden.

Natürlich sind einige Vorteile auch bei anderen Hilfsmitteln, wie zum Beispiel der Rechenkette vorhanden, aber dadurch, dass die Kinder bei der Pluslandschaft Figuren verwenden dürfen, ist der Anreiz wahrscheinlich höher, als bei den anderen Hilfsmitteln. Zudem sind die Vorteile, die ich bereits zu Beginn ausführlich beschrieben habe, meiner Meinung nach größer, als sie bei anderen Hilfsmitteln sind. Ich habe auch keine Nachteile gefunden, die man mit kleineren Hilfen, wie z.B. den Zahlenkärtchen, nicht beseitigen könnte. Die bedeutendsten Vorteile dieses Schulhilfsmittels sind meiner Meinung nach, dass eine funktionale Denkweise gefördert wird und dass das denkende Rechnen sehr gut eingeführt werden kann. Speziell aus diesen Gründen kann ich den Einsatz der Pluslandschaft empfehlen.

Anhang:

9er-Tabelle:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18