Universität Osnabrück **WS 2003/04** 09.01.2004
Seminar: **Grundkurs Didaktik der Mathematik I**
Dozentin: Prof. Dr. I. Schwank

Referentin: Anke Tabeling

Matrikelnr.:

Erstrechenschein-Auftrag
Thema: Pluslandschaft

Bei der Herstellung meiner Pluslandschaft habe ich als Grundlage die Pluslandschaft von **Urs Ruf/Peter Gallin** aus „Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab.“; Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, herangezogen.
Die Pluslandschaft ist eine 3D-Rechenlandschaft, bei der 99 Holzquader zu einer Art „Pyramide“ zusammengestellt werden. Die Quader sind der Größe nach angeordnet. Sie beginnen am niedrigsten Punkt, laufen auseinander und treffen am höchsten Punkt wieder zusammen.
Diese Landschaft basiert auf der so genannten **„0+0 Tabelle“** (s. folgende Abbildung);

+		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6		6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7		7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8		8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9		9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Um diese Tabelle in eine Landschaft zu verwandeln, stellt man sich einfach vor, dass auf jedem „Summenfeld“ ein Turm steht: auf der Zahl 4 steht z.B. ein relativ kleiner Turm mit 4 Holzquadern, auf der Zahl 10 ein etwas größerer mit 10 Holzquadern und auf der Zahl 18 ein großer Turm mit 18 Quadern. So ergibt sich eine Turmlandschaft aus lauter Stufen und Treppen. Wir erhalten in dieser dementsprechend mit der Zahl 0 die kleinste Erhöhung, sprich keine (auf der Zahl 0 steht ein Turm mit 0 Holzquadern), und mit der Zahl 18 die größte Erhöhung, den 18er Turm.

Die Pluslandschaft dient als mathematikdidaktisches Material zur Addition in der Grundschule (1. Klasse). Sie soll den Kindern durch „Herumwandern“ in dieser (mit Figuren) den Vorgang der Addition näher bringen und begreiflich machen.
Plusrechnen bedeutet in der Pluslandschaft ein Wandern und Hochklettern über die einzelnen Stufen hin zu einem Zielturm. Hierfür eignen sich sehr gut kleine Figuren wie z.B. Playmobil- und Legomännchen, Stoffpuppen oder Ähnliches.
Möchte man hiermit eine Rechenaufgabe lösen, stellt man seine Figur zuerst auf den Startpunkt 0. Um weiter nach oben wandern zu können hat man nun die Möglichkeit entweder die linke oder die rechte Treppe hochzusteigen. Man steigt so mit seiner Figur den entsprechenden ersten Summanden der Aufgabe in Längsrichtung hoch; dann wechselt man die Richtung und erklimmt in Querrichtung den zweiten Summanden der Rechenaufgabe (entspricht den zwei Argumenten der Funktion). So landet man auf seinem Zielturm (Funktionswert). Man hat die Aufgabe gelöst indem man schaut auf welchem Turm (z.B. 5er-Turm, 13er-Turm, etc.) die Figur gelandet ist.
Beim Wandern in der Pluslandschaft ist es vom Ergebnis unabhängig, ob man zuerst die linke und dann die rechte Treppe hoch steigt oder umgekehrt; man landet auf derselben Ebene, d.h. auf einem Turm derselben Höhe entweder weiter links bzw. weiter rechts.
Die Kinder sollen so erkennen, dass es viele verschiedene Wege gibt, um einen Zielturm, also ein Zielergebnis zu erreichen.
Von großer Bedeutung ist vor allem, dass die Kinder durch das Addieren von zwei Zahlen einen höheren Turm, also eine größere Zahl ersteigen und so sich den Zahlenraum fast eigenständig erschließen. Sie können so bildlich sehen, dass es immer weiter hoch geht.

<u>Meine selbsterbaute Pluslandschaft</u> ist lediglich als Schülermodell gedacht und daher kleiner gebaut als die von Urs Ruf/Peter Gallin.
Hier haben die einzelnen Holzstäbe eine Länge von 20 bis zu 360 mm. Ihr Querschnitt beträgt ca. 20x20 mm und die Abstufung zum nächst größeren Quader

weist jeweils 20 mm auf. Die Stäbe stehen auf einer Holzplatte und lassen sich alle einzeln herausnehmen. An zwei Enden der Holzplatte habe ich zwei senkrecht zur Platte stehende Stützplatten befestigt. Dies soll eine Hilfestellung beim Aufbauen der Pluslandschaft geben und sie zugleich etwas standfester machen. Das ganze Modell ist schlicht gehalten (keine Farbe und Nummerierung der Quader), damit die Kinder beim Umgang hiermit nicht unnötig abgelenkt werden.

Bearbeitung von verschiedenen Aufgaben:

Mit der Pluslandschaft kann man viele verschiedene Aufgaben durchführen.
Ich möchte hier folgende Aufgabenkategorien bearbeiten:

1. Kletteraufgabe
2. „Hochzaubern“
3. „Springen“
4. Minusaufgabe

Zu **1.**:
Ich habe die **Rechenaufgabe 2 + 3 =** __ gewählt.
Zuerst setzte ich meine Figur auf den Startpunkt 0. Hier steht sie nun vor zwei Treppen mit Einserstufen die in zwei verschiedene Richtungen hinaufführen. Ich wähle die rechte Treppe und steige mit meiner Figur 2 Stufen in Längsrichtung hoch. Danach wechsele ich die Richtung nach links und steige 3 Stufen weiter in Querrichtung nach oben. Nun habe ich mit meiner Figur den Zielturm erreicht. Ich erkenne, (entweder durch das sofortige Erfassen oder das Abzählen) dass es sich um den Fünferturm mit der Rechnung 2 + 3 = 5 handelt.
Aber was wäre geschehen, wenn ich zuerst die linke Treppe hinaufgestiegen wäre? Oder was, wenn ich erst 3 Stufen und danach 2 erklettert hätte?
Ich spiele diese Varianten mit meiner Figur durch. Sofort erkenne ich, dass ich immer auf derselben Ebene lande. Ich sehe, dass die Türme alle gleich hoch sind und somit alle denselben Wert (hier 5) haben. Man kann ein Ergebnis also durch unterschiedliche Schritte erreichen.

Ich merke mir die Türme dieser Ebene. Dies sind meine ersten „Zaubertürme“. Jedes Mal wenn ich nun von der 0 auf die 5 hochsteigen will, brauch ich nicht mehr die Stufen abzählen, sondern kann sofort auf einen meiner 5er- Zaubertürme springen.

Zu **2.**:

Wenn man viele dieser einfachen Aufgabentypen (wie in **1.**) an der Pluslandschaft „abgewandert“ hat, hat man nach einiger Zeit den „Dreh“ raus. Ich bin nun gut mit dem Modell vertraut und habe schon viele weitere Zaubertürme herausgefunden. Jetzt brauche ich mit meiner Figur nicht mehr jede einzelne Zahl abzählen, sondern kann schon weite Sprünge machen.

Wenn ich die **Aufgabe 6 + 7 =** __ rechnen möchte, zaubere ich mich einfach an meinen Zaubertürmen hoch. Diese helfen mir meine Rechnungen leichter und sicherer zu lösen.

Zuerst wandle ich die Aufgabe einfach um in 7 + 7. Da ich die Rechnung 7 + 7 = 14 schon auswendig kann, werde ich den Nachbarturm auch schnell erreichen können. Ich springe mit meiner Figur direkt von 0 auf den 14er-Zauberturm, den ich aus meinen früheren Rechnungen schon kenne. Von hieraus steige ich mit der Figur nur noch eine Stufe nach unten. Sie steht jetzt auf dem 13er-Turm. Somit habe ich die Aufgabe 6 + 7 = 13 gelöst.

Um ganz sicher zu gehen, ob das Ergebnis richtig ist, versuche ich den Zielturm über einen neuen Zauberturm zu erreichen. Ich wähle die für mich bekannte Aufgabe 8 + 8 = 16 und setze meine 2. Figur auf den 16er-Zauberturm. Jetzt steige ich mit meiner Figur erst 2 Stufen in die eine, dann eine Stufe in die andere Richtung nach unten.

Meine 2 Figuren stehen nun auf gleicher Ebene, d.h. sie haben dasselbe Ergebnis. Sie sind auf dem 13er-Turm gelandet.

Zu **3.**:

In der Pluslandschaft gibt es viele versteckte Treppen. Diese kann man nach längerem Umgang relativ schnell herausfinden. Z.B. kann man mit seiner Figur nicht nur in 1er-Schritten sondern auch in 2er- oder 3er-Schritten usw. hochgehen. Diesen Weg nennt man dann dementsprechend Zweierfolge bzw. Dreierfolge usw.

Meine Aufgabe lautet hier: „Kennst du eine „Trick-Treppe“ um **2 + 2 + 2 + 2 =** __ schnell auszurechnen?“

Hierbei braucht man nicht den langen, bereits beschriebenen, Weg über die Einserstufen nehmen.
Denn es gibt noch eine besondere Treppe: Wenn ich meine Figur bei der 0 starte und von hier den steilsten Weg nach oben wähle, kann ich mit einem Sprung direkt zwei Stufen aufsteigen. Ich mache mit meiner Figur vier „große“ Sprünge der gleichen Sprungweite und lande so ganz schnell auf dem 8er-Turm. Ich habe damit die Aufgabe 2 + 2 + 2 + 2 = 8 umgewandelt in die Aufgabe 4 x 2.
Durch dieses „Springen“ wurde hier ganz nebenbei der Übergang von der Addition zur Multiplikation geschaffen.

Zu **4.**:
Ich wähle die Aufgabe **18 - 5 =** __ .
Obwohl diese Turmlandschaft eine Pluslandschaft ist, kann man mit ihr auch Subtraktionsaufgaben durchführen. Dazu setzt man allerdings die Figur zu Anfang nicht auf 0 (wie bei der Addition), sondern platziert sie auf dem Turm des entsprechenden Minuenden.
Für diese Aufgabe setze ich die Figur also auf den 18er-Turm. Dieser ist mir schon bekannt, er ist der höchste Turm dieser Landschaft. Von hier muss ich jetzt nur noch 5 Stufen herabsteigen, um die Lösung zu erhalten. Meine Figur landet auf dem 13er-Zielturm mit der Rechnung 18 – 5 = 13.

Meine Auseinandersetzung mit der Pluslandschaft:
Meiner Meinung nach ist die Pluslandschaft von Urs Ruf/Peter Gallin ein sehr brauchbares didaktisches Hilfsmaterial für den Mathematikunterricht in der Grundschule.
Die Kinder lernen die Vorgehensweise der Addition auf spielerische Weise. Sie können schnell erkennen, dass es verschiedene Möglichkeiten gibt eine Rechnung zu lösen (über das Klettern auf Einserstufen; Umformen der Rechnung durch Hochzaubern;...). Es ist kein bestimmter Lösungsweg vorgegeben. Jedes Kind entscheidet selbst welcher für ihn der vorteilhafteste ist. So hat jedes Kind seinen Weg, stets nach dem Motto „Ich mache das so! Wie machst du es?“
Das Thema der Addition wird hier gut durch **funktionales Denken** eingeführt. Die Kinder lösen durch dynamisches Umherwandern in der Landschaft Rechnungen. Bei der Aufgabe 2 + 3 = 5 setzen sie ihre Figur erst 2 Stufen hoch und danach weitere 3.

Zum ersten Summanden (2) kommt ein weiterer Summand (3) dazu. Diese „erzeugen“ dann zusammen einen neuen Turm und bilden so die Summe 5.
So wird ein dynamisch greifender Prozess (Prozess des „Hinzukommens“) bildlich dargestellt. Es findet ein Denken in Wirkungsweisen statt. Die Kinder können erkennen, dass wenn zu einer Zahl eine weitere Zahl „hinzukommt“, die Figur auf einem höheren Turm landet und man somit eine größere Zahl erhält. Sie können also den Prozess der Addition mitverfolgen.
Mit der Pluslandschaft werden die Kinder vom **zählenden** zum **denkenden Rechnen** geführt. Zählen sie zu Beginn meist noch jede einzelne Stufe ab, können sie mit etwas mehr Übung schon Stufen überspringen und große Sprünge zu ihren Zaubertürmen machen. Sie ziehen sich dafür strukturierte Mengenbilder (z.B. 2er-Schritte, Simultanerfassung eines best. Turmes) zur Hilfe.

Die **Verschriftlichung** der Rechnungen für die Pluslandschaft erfolgt durch ein 3-stelliges Prädikat. Jeder Holzquader ist in seiner Stellung durch die Aspekte längs, quer und hoch bestimmt. Würde man seine Figur 2 Stufen längs nach oben setzen und dann 3 Stufen quer, hätte man das Prädikat (2, 3, 5) und die dazugehörige Gleichung 2 + 3 = 5.
Der **Zehnerübergang** wird in der Pluslandschaft eher weniger sichtbar. Der 10er-Turm ist in der Landschaft nicht extra hervorgehoben. Die Kinder halten sich z.B. eher an die herausstechenden Eckpunkte 9 und 18 der Landschaft, um ihre Rechnungen einfacher zu gestalten.
Die **„Kraft der Fünf“** nach Günther Krauthausen kommt hier nicht zum Ausdruck. Es sind keine Fünferbündelungen der Türme dargestellt. Es sei denn man rechnet eine Aufgabe wie z.B. 5 + 5 = 10. Hier könnte man das Ergebnis in zwei Fünferschritten erreichen.

Mein einziger Kritikpunkt an der Pluslandschaft ist, dass man bei dessen Umgang auch an Grenzen stoßen kann. Beispielaufgabe: 11 + 5 = 16. Ich würde hierbei jetzt zuerst von der 0 aus 11 Stufen in die eine Richtung und danach 5 in die andere hochsteigen. Doch das Problem dabei ist, dass man nur 9 Stufen in eine Richtung hochsteigen kann. Um die 11 zu erreichen müsste man um die „Ecke springen“. Daher habe ich mich bei meinen Aufgaben auch nur auf Aufgaben bis 9 + 9 beschränkt.