Erstrechenschein- Auftrag WS 2003/2004, Abgabetermin: 9.1.2004

Anne Burlage:

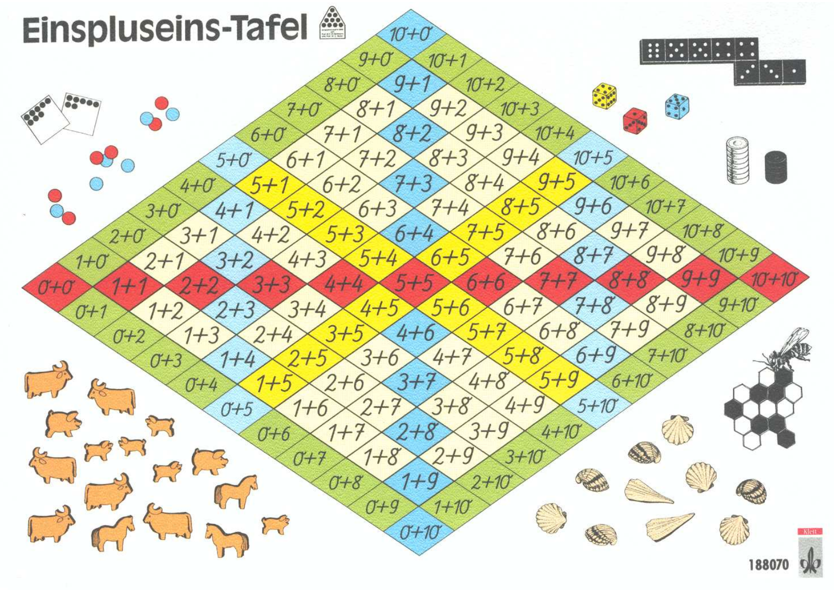
Bei dieser Übungsaufgabe habe ich eine einsatzfähige Pluslandschaft hergestellt. Sie besteht aus Styropor, welches ein festes und für die Schüler handliches Material ist. Die einzelnen Stäbe sind durch Zahnstocher an der Bodenplatte befestigt. So kann man sie aus der Landschaft zum Beispiel zum Größenvergleich herausnehmen und wieder hineinstecken. Mit dieser Pluslandschaft können Schüler verschiedenartige Aufgaben berechnen, wie zum Beispiel die Aufgabe „5+4“ (vgl. Abb1). Dazu setzt man seine Figur zunächst an den Start (das Feld rechts unten in der Ecke). Man geht nun fünf (erster Summand) Felder auf der linken Treppe hinauf (vgl. Abb1: gelbe Figur (Zwischenschritt)), um danach nach rechts zu schwenken und vier (zweiter Summand) Stufen in diese Richtung die Treppe hinauf zu gehen. Somit gelangt man zu dem Stab mit dem Ergebnis neun (vgl. Abb1: rote Figur (Ergebnis)). Damit sie nun ihr Ergebnis testen können, entfernen sie die verschiedenen Stäbe (die Fünf, die Vier und die Neun) aus der Landschaft und machen einen Größenvergleich. Die verschiedenartigen Aufgaben, die mit der Pluslandschaft berechnet werden können, kann man in Kategorien einteilen:

Möchte man zum Beispiel die Aufgabe „8+0“ berechnen, kann man die ganz rechte oder linke Treppe acht Schritte hinauf gehen. Da der zweite Summand Null ist, bleibt die Figur an dieser Stelle stehen. Man gelangt so zu dem Ergebnis acht (vgl. Abb2). Möchte man die Aufgabe „0+8“ berechnen, kann man nun wiederum die ganz rechte oder die linke Treppe acht Schritte hinaufgehen. Auch hier bleibt die Figur stehen, da der erste Summand Null ist. Man gelangt also wiederum zu dem Ergebnis acht (vgl. Abb3). Somit kann man erkennen, dass die Ergebnisse aller Aufgaben mit einem Summanden Null an den beiden äußeren Treppen von der Null aus zu finden sind. Dies ist die erste Kategorie von Aufgaben und hilft den Schülern Nachbaraufgaben, wie zum Beispiel „8+1“ oder „1+10“ zu berechnen.

Eine zweite Kategorie von Aufgaben sind die Verdopplungsaufgaben. Möchte ich zum Beispiel die Aufgabe „4+4“ berechnen (vgl. Abb4), gehe ich zunächst vier Schritte auf der ganz linken Treppe hinauf (vgl. Abb4: rote Figur (Zwischenschritt)) und dann vier Schritte in die rechte Richtung. So gelangt man zu dem Ergebnis acht (vgl. Abb4: gelbe Figur (Ergebnis)). Ebenso macht man es bei der Aufgabe „5+5“: man geht fünf Schritte die linke Treppe hinauf, schwenkt dann nach rechts, geht nochmals fünf Schritte und gelangt somit zur Zehn. Alle Ergebnisse der Verdopplungsaufgaben lassen sich auf der mittelersten Treppe mit den höchsten Stufen wiederfinden (Ergebnisse: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18). Schüler wissen meist die Ergebnisse der Verdopplungsaufgaben. Möchten sie also nun die für sie als schwierig empfundene Aufgabe „7+8“ berechnen, wissen sie, dass 7+7=14, können somit die Figur gleich auf die Stufe 14 stellen, und von daraus noch einen Schritt weiter auf die 15 machen.

Auch der Zehnerübergang kann mit der Pluslandschaft geübt werden. Möchten die Schüler die Aufgabe „7+5“ berechnen, können sie zum einen sieben Stufen die linke Treppe hinaufgehen, dann nach rechts schwenken fünf Stufen in die andere Richtung gehen. So gelangen die Schüler zu dem Ergebnis zwölf. Zum anderen wissen die Schüler aber auch, dass in jeder waagerechten Reihe die gleichen Ergebnisse stehen. Zum Beispiel in der zweiten immer nur die zwei. So können sie zunächst die Figur direkt auf einen in der zehnten Reihe stehenden „Zehnerstab“ setzten (vgl. Abb5: gelbe Figur (Zwischenschritt)). Sie wissen dann meist, dass 7+3=10. Nun fehlen ihnen vom zweiten Summanden fünf noch zwei. Sie gehen somit noch zwei Schritte in eine beliebige Richtung die Treppe hinauf, und gelangen ebenfalls zum Ergebnis zwölf (vgl. Abb5: rote Figur (Ergebnis)). Bei dieser Art von Berechnung der Aufgabe, zerlegen, die Schüler also den zweiten Summanden so, dass sie zunächst auf das Ergebnis zehn gelangen (hier: (7+3)+2). Sie stellen die Figur auf eine der Stufen mit dem Ergebnis zehn. Nun steigen sie die restlichen Stufen, nämlich die Anzahl des zweiten Teils des Summanden, hinauf (hier: 2). Und so gelangen sie dann zu dem Ergebnis zwölf.

Betrachtet man die verschiedenen Kategorien der Aufgaben der Pluslandschaft genauer, erkennt man, dass sie mit denen der „Einspluseins- Tafel“ (s. Abbildung unten) zu vergleichen sind. Die Unterschiede der „Einspluseins- Tafel“ zur Pluslandschaft sind, dass zum einen auf der Pluslandschaft die Ergebnisse und auf der Tafel die Aufgabentypen abgebildet sind. Zum anderen kann man mit der „Einspluseins- Tafel“ Aufgaben mit dem Ergebnis bis 20 berechnen und bei der Pluslandschaft bis 18. Ansonsten ähneln sich diese beiden didaktischen Materialien jedoch sehr. Die einzelnen Kategorien, die ich gerade beschrieben habe sind auch auf der Tafel wiederzufinden: Verdopplungsaufgaben (rote Linie), Aufgaben mit einem Summanden gleich Null (grüne Linie) und der Zehnerübergang (dunkelblaue Linie). Auch die in der Tafel gekennzeichnete hellblaue Linie kann eine Kategorie von Aufgaben der Pluslandschaft sein. Dies sind Aufgaben, die das Ergebnis fünf haben. Außerdem sind die Aufgabentypen der gelben Linie in der Pluslandschaft wiederzufinden. Hier bleibt der Summand fünf immer bestehen. Nur der andere Summand verändert sich.



[1]

Beherrschen die Schüler die verschiedenen Kategorien von Aufgaben, können sie leicht die Nachbaraufgaben lösen. Sie finden sich nun gut im 20er- Raum zurecht und können auch für sie zunächst schwierig erscheinende Aufgaben einfach berechnen.
Mit der Pluslandschaft können die Schüler auch subtrahieren. Möchte man zum Beispiel die Aufgabe „15-4“ berechnen (vgl. Abb6), stellt man die Figur zunächst auf eines der Felder mit dem Ergebnis 15 (vgl. Abb6: gelbe Figur (Zwischenschritt)). Nun geht man in eine beliebige Richtung vier Stufen die Treppe hinab und gelangt zu dem Ergebnis elf (vgl. Abb6: rote Figur (Ergebnis)).
Auch die Multiplikation und die Division sind bei der Pluslandschaft in gewisser Weise möglich. Hierbei kann man bei der Multiplikation jedoch nur schrittweise addieren. Möchte man zu. B. die Aufgabe „3x3“ berechnen, ergibt sich aus der schrittweisen Addition: 3x3=3+3+3=9. Die Division ist dementsprechend eine schrittweise Subtraktion: 9:3=9-3-3-3=0. Hier müssen die Schüler also nachverfolgen, wie häufig die drei in die neun passt. Auch Folgen können mit der Pluslandschaft bearbeitet werden. Betrachtet man z. B. die Treppe der Verdopplungsaufgaben (s. Abb4) genauer, erkennt man, dass die Ergebnisse immer die Nachfolger von zwei sind: 2; 4; 6; 8; 10; ...Dies sind alles gerade Zahlen. Beginnt man mit der Stufe mit einer eins, hat man eine Folge von ungeraden Zahlen: 1; 3; 5; 7; ...
Eine weitere Aufgabenart, die man mit der Pluslandschaft berechnen kann sind Aufgaben mit Platzhaltern. Hier können Schüler z. B. die Aufgabe 5+x=10 berechnen. Sie stellen zunächst die Figur auf die einen „Fünferstab“ (vgl. Abb1 gelbe Figur) und schauen dann, wie viel

---

[1] S. Wittmann, E.; Müller, G. (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen- Band 1 Vom Einspluseins zum Einmaleins, Klett: Stuttgart und Düsseldorf, 2. Auflage, Umschlaginnenenseite

Schritte sie noch machen müssen, um zur Zehn zu gelangen (vgl. Abb1 rote Figur). Sie erkennen schnell, dass das Ergebnis zehn ist.

Bei der Berechnung von Aufgaben mit der Pluslandschaft können Schüler selbstständig, motorisch mit Zahlen arbeiten. Durch die motorische Arbeit können Schüler Dinge einfacher behalten und lernen. Diese Arbeit ist somit effektiver, als wenn Schüler einfach nur schriftlich die Addition oder Subtraktion einüben würden. Schüler können durch diese Landschaft ihre eigenen Rechenwege finden, die zur Lösung führen. Es werden somit keine Rechenwege vorgegeben, die die Schüler einfach nachrechnen. Sie können somit aus ihrer Sicht den einfachsten Lösungsweg wählen. In einer Mathekonferenz könnten die Schüler ihre individuellen Lösungswege vorstellen und diese den anderen verständlich machen. Durch die selbstständige Erarbeitung von Aufgaben, können die Schüler solche besser behalten. Wichtig ist, dass Art von Berechnung der Aufgaben auch symbolisiert wird. Die Schüler müssen auch lernen Zahlen und Aufgaben symbolisch darzustellen, um diese dann auch zu berechnen. Bei dieser Art von Pluslandschaft, sind die Aufgaben bis 18 eingeschränkt. Man könnte sie jedoch meiner Meinung nach erweitern, so dass man auch Aufgaben mit einem höheren Ergebnis berechnen kann.

Bei der Pluslandschaft kann das denkende, wie auch das zählende Rechnen angewandt werden. Das zählende Rechnen ist eine Art Vorstufe des denkenden Rechnens. Beim zählendem Rechnen berechnen die Schüler zum Beispiel die Aufgabe „4+5“ indem sie zunächst zum Beispiel mit den Fingern vier abzählen, danach fünf und nun die Finger zusammenzählen. So gelangen sie zu dem Ergebnis neun. Auch bei der Pluslandschaft zählt ein Schüler, der das zählende Rechnen anwendet, bei der Aufgabe „4+5“ zunächst vier Stufen der linken Treppe ab. Dort stellt er die Figur zunächst hin und geht dann die rechte Treppe fünf Stufen hinauf. So gelangt er eigentlich, ohne zu rechnen, auf das Ergebnis neun. Beim denkenden Rechnen erstellen Schüler sogenannte mentale Bilder, in denen sie bestimmte Zahlenräume schon strukturieren können. Sie kennen zum Beispiel die Verdopplungsaufgaben (zum Beispiel ...5+5, 6+6,...) oder können Zahlen bündeln, um sie besser zu erschließen. Ein Schüler, der die Aufgabe „4+5“ durch das denkende Rechnen bewältigt, würde wahrscheinlich zunächst eine einfache Nachbaraufgabesuchen. Hier bietet sich für ihn die Verdopplungsaufgabe „5+5“ an. Somit würde der Schüler die Figur zunächst auf die Zehn stellen. Dann erkennt er, dass in der eigentlichen Aufgabe es einen weniger gibt, und er setzt die Figur eine Stufe hinab. Er gelangt somit zu seinem Ergebnis neun. Auch den Zehnerübergang würde ein Schüler, der das denkende Rechnen anwendet, anders angehen als andere Schüler. Ein zählender Schüler würde bei der Aufgabe „9+3“ wiederum einfach nur abzählen. Dem hingegen würde ein Schüler, der das denkende Rechnen beherrscht, diese Aufgabe strukturieren. Er würde die Aufgabe zunächst zu der zehn Ergänzen („9+1“). Die Figur somit auf die zehn stellen und dann die restlichen zwei Stufen hinauflaufen („(9+1)+2“). Durch die Pluslandschaft können die Schüler somit lernen, sich einfache mentale Vorstellungsbilder über den Zahlenraum bis 18 zu machen. Sie müssen dadurch nicht mehr bei jeder Aufgabe zählen, um zum Ergebnis zu gelangen, sondern können Aufgaben so schneller berechnen.

Durch die Pluslandschaft erfahren die Schüler die Addition bzw. die Subtraktion als Prozess. Sie sehen nicht einfach statische Zahlen, die sie addieren müssen, sondern es passiert etwas. Die Figur auf bewegt sich auf den verschiedenen Stäben, und die Zahlen bekommen für die Schüler somit eine andere Bedeutung. Sie sehen, dass sich bei der Addition etwas verändert. Somit können die Funktional denkenden Schüler, dass heißt die das Dynamische, den Prozess in einer Addition sehen, gut mit der Pluslandschaft umgehen.

Jedoch können auch die prädikativ denkenden Schüler, die das Statische in der Addition sehen und charakteristische Merkmale vergleichen, auf ihre Art an die Addition herangehen. Dies geschieht durch den Mengenvergleich. Nach der Berechnung einer Aufgabe können sie die einzelnen Stäbe aus der Pluslandschaft herausziehen und diese vergleichen. Sie können so sehen, dass die Stäbe verschiedene Größen haben und somit einen unterschiedlichen Wert. Hat ein Schüler zum Beispiel die Aufgabe 5+4=9 berechnet, entnimmt er die drei Stäbe aus der Pluslandschaft. Er kann nun auf einen Blick erkennen, das der „Neunerstab“ größer ist als die beiden anderen. Er ist somit auch mehr Wert. Des Weiteren sieht er, dass auch die beiden Summanden einen unterschiedlichen Wert haben, da der „Fünferstab“ größer ist als der „Viererstab“. Die Schüler sehen somit nicht nur die Aufgabe in der Pluslandschaft, sondern auch die unterschiedlichen Mengen, die sie vergleichen können. So erkennen sie ganz schnell, welche Zahl größer bzw. kleiner ist. Legt der Schüler nun die beiden Stäbe der Summanden übereinander, erkennt er, dass er die Aufgabe richtig gelöst hat, da dieser Stab genauso hoch ist wie der Ergebnisstab. Durch den Mengenvergleich können die Schüler also ihre Lösungen kontrollieren. Sie können ihre Ergebnisse auch mit anderen Schülern vergleichen, indem sie die Länge der Stäbe vergleichen und nachprüfen, ob sie gleich sind.

Durch die Pluslandschaft können, wie oben angedeutet, die Aufgaben mit dem Zehnerübergang berechnet werden. Die Schüler können durch Pluslandschaft lernen, leichter mit ihnen umzugehen, und sie somit schneller zu berechnen. Greifen wir noch einmal die Aufgabe von oben auf, „7+5=12“ können die Schüler, wie oben vorgestellt, die Aufgabe berechnen. Schüler die den Zehnerübergang schon gut beherrschen, ergänzen den ersten

Summanden zunächst bis zehn und addieren dann den Rest des zweiten Summandens. Bei der Aufgabe „7+5“ würden die Schüler nun also zunächst die Sieben bis zur Zehn ergänzen, also „7+3“, und nun den Rest des zweiten Summanden addieren, indem sie die Anzahl der Stufen hinaufgehen, also „(7+3)+2=12“. So können Schüler solche Aufgabenkategorien einfacher und schneller bewältigen und finden sich besser im 20er- Raum zurecht.
Auf die „Kraft der Fünf“ geht die Pluslandschaft nicht ein. Durch die „Kraft der Fünf“ können die Schüler schneller Strukturen in Zahlen oder Aufgaben sehen, da hierbei immer fünf Einzelne gebündelt werden. Die Zahl „7“ lässt sich so z. B. als „5+2“ darstellen und ist somit für die Schüler besser ersichtbar. In der Pluslandschaft lässt sich jedoch keine Fünferstruktur feststellen, wodurch hier die „Kraft der Fünf nicht ausgenutzt wird.
Allgemein gesehen ist die Pluslandschaft meiner Meinung nach ein gutes didaktisches Mittel, durch die die Schüler den Raum der verschiednen Aufgaben bis 20 zu beherrschen lernen. Jedoch könnte es für schwächere Schüler zunächst ein Problem sein, die Pluslandschaft zu verstehen. Sie müssen sich häufig und intensiv damit beschäftigen, um somit den Umgang mit ihr zu üben. Die Schwächeren Schüler werden wahrscheinlich zunächst nicht dir verschiedenen Zusammenhänge im 20er- Raum, wie die Verdopplungsaufgaben und den Zehnerübergang erkennen, sondern durch das für sie einfach erscheinende zählende Rechnen Aufgaben berechnen. Nur durch häufiges Arbeiten mit der Pluslandschaft wird ihnen auch das denkende Rechnen nähergebracht. Wichtig ist es meiner Meinung nach besonders für die schwächeren Schüler, dass die einzelnen Stäbe beschriftet sind. So finden sie sich schneller in der Pluslandschaft zurecht.
Wird die Pluslandschaft jedoch von den Schülern verstanden, ist sie ein gutes didaktisches Mittel, um den 20er- Raum und seine einzelnen Zusammenhänge besser kennen zu lernen und sich in ihm zurechtzufinden.