

Seminar: Grundkurs Didaktik Mathematik I
Dozentin: Inge Schwank

WS 2003/2004

Erstrechenschein
Thema: Pluslandschaft

Judith Schneider

Matr.-Nr.:

Email:

Inhaltsverzeichnis

Thema	Seite
1 Vorstellung der Pluslandschaft.....	2
2 Aufgabenbearbeitung.....	3
3 Einsatz der Pluslandschaft - Bezug zur Vorlesung.....	8
4 Schlusswort.....	11

1 Vorstellung der Pluslandschaft

Der Pluslandschaft liegt die Tabelle des Kleinen „1plus1“ zu Grunde:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Sie stellt alle möglichen Ergebnisse dar, die durch sämtliche Konstellationen der Addition der Zahlen Null bis Neun erreicht werden können. Das heißt jeder der 100 Türme steht für eine eigene Plusaufgabe des Kleinen „1plus1“. Da es die meisten verschiedenen Möglichkeiten gibt, die Zahl neun darzustellen (nämlich zehn), liegt hier die breiteste Stelle in der Pluslandschaft. Bei den höherliegenden Türmen nimmt die Anzahl wieder ab, da ja immer nur die Summanden Null bis Neun zur Verfügung stehen. Der höchste Turm hat demnach den Wert 18, ist aber nur einmal vertreten, da er nur durch die Rechnung $9+9$ erreicht werden kann.

Ich habe mich bei der Herstellung meiner Pluslandschaft dafür entschieden, diese aus Legosteinen anzufertigen. Zum Einen denke ich, dass es so für Kinder besonders ansprechend ist und dazu anregt mit der Landschaft zu arbeiten und sich mit ihr zu beschäftigen, da es typisches und beliebtes Spielmaterial für Grundschulkinder ist. Zum Anderen denke ich, dass das Modell eine passende Größe hat, da es groß genug ist, um die verschiedenen Stufenhöhen noch gut voneinander unterscheiden zu können, aber auch nicht zu groß, so dass jedes Kind an seinem Platz damit arbeiten kann ohne andere zu behindern. Außerdem lassen sich die einzelnen Türme aus der Landschaft herausnehmen und separat betrachten. Dadurch, dass jeder Turm aus aufeinandergesetzten Legosteinen besteht, kann man auch bei der Betrachtung eines einzelnen Turmes noch erkennen welche Höhe er hat, also dass es sich bspw. um einen Turm mit der Höhe acht handelt, da jeder Stein genau den Wert Eins hat.

2 Aufgabenbearbeitung

Ich habe mit meiner Pluslandschaft fünf verschiedene Aufgaben bearbeitet. Zunächst habe ich mit einer einfachen Aufgabe begonnen, sie lautet: $3+5$.



Bei der Bearbeitung bin ich so vorgegangen, dass ich zunächst vom Nullpunkt aus gestartet bin und von dort aus drei Schritte in eine Richtung gemacht habe. Von da aus habe ich einen Richtungswechsel gemacht und bin fünf Stufen weiter nach oben gegangen, so dass ich als Ergebnis auf einem der Achter-Türme angekommen bin. Bei dieser ersten Rechnung habe ich noch keine Sprünge gemacht, die mir den Weg zum Ergebnis erleichtert haben, stattdessen bin ich schrittweise vorgegangen, was den Weg zwar sehr lang aber zugleich auch sehr sicher macht. Es ist zwar kein schneller, dafür aber ein sehr risikoarmer Weg um zum Ergebnis zu gelangen.

In meiner nächsten Rechnung bin ich anders verfahren, hier habe ich die Aufgabe 4+5 gewählt.



Dabei bin ich den ersten Summanden nicht jede einzelne Stufe umständlich hinaufgeklettert, sondern in Zweisritten auf einem kürzeren Weg zum Viererturm gekommen. Dazu habe ich den Weg direkt durch die Mitte genommen, bei dem jeweils die ungeraden Stufen übersprungen werden. Die Fünf bin ich dann wieder in Einsritten weitergegangen und so auf einem der Neunertürme gelandet.

Als dritte Aufgabe habe ich eine Kettenrechnung gewählt, bei der ich drei Summanden miteinander addiert habe. Die Rechnung lautet $3+8+5$.



Während ich den ersten Summanden hier wieder schrittweise erreicht habe, bin ich den zweiten Summanden, also die acht, wieder in Zweisritten hinaufgeklettert, so dass das Ergebnis auf einem kürzeren Weg erreicht wird. Die fünf habe ich dann wieder in einzelnen Schritten addiert und bin dann auf einem Sechzehnerturnm angelangt, der mir das Endergebnis liefert. Durch die Richtungswechsel, die ich vorgenommen habe, kommen die einzelnen Summanden besser zur Geltung.

Meine nächste Aufgabe habe ich so gewählt, dass einer der Summanden größer als neun ist, da in diesem Fall beim Hinaufklettern innerhalb eines Summanden ein Richtungswechsel vorgenommen werden muss, da immer maximal neun Schritte in eine Richtung gemacht werden können. Ich habe mich für die Aufgabe $13+4$ entschieden.



Die ersten neun Schritte bin ich an der rechten Seite entlang gegangen, bis ich an die Ecke gestoßen bin, von da aus habe ich die Richtung gewechselt und die verbliebenen vier Stufen, die bis zur 13 fehlten, an der Außenwand entlang gemacht. Von dieser Position aus mussten noch die vier Schritte für den zweiten Summanden gegangen werden, wobei hier kein erneuter Richtungswechsel vorgenommen werden konnte, sondern man an der Außenwand weiterlaufen musste. Auf diesem Weg bin ich zu dem Ergebnis 17 gelangt.

Als letzte Aufgabe habe ich eine Minusaufgabe ausgewählt. Dabei habe ich mich für 10-3 entschieden:



Zunächst bin ich zehn Schritte, dem Minuenden entsprechend, vom Nullpunkt aus in Zweierschritten hinaufgeklettert und bin dann von da aus wieder drei Stufen hinunter gestiegen. So bin ich auf einem Siebenernturm gelandet, der mir das Ergebnis geliefert hat.

Bei allen Rechnungen, die ich bearbeitet habe, gibt es natürlich immer mehrere Möglichkeiten, um zum Ergebnis zu kommen, die ich aber nicht alle vorgestellt habe. Jedes Kind kann bei der Bearbeitung selbst entscheiden, welchen Weg es wählen möchte und was ihm am leichtesten fällt. Dabei sollte es sich aber nicht auf eine bestimmte Strategie festlegen, sondern immer mehrere Wege ausprobieren. Auf diese Weise lernt es am effektivsten

3 Einsatz der Pluslandschaft – Bezug zur Vorlesung

Übergang vom zählenden zum denkenden Rechnen

Die Pluslandschaft bietet viele verschiedene Möglichkeiten zum Rechnen und Kennenlernen. Die Kinder können sowohl Schrittweise hinaufklettern, wenn sie eine Rechnung ausführen, können aber auch so verfahren, dass sie einige Stufen überspringen und so schneller zum Ergebnis gelangen. Diese Methode ist besonders für die Kinder geeignet, die sich schon besser in der Landschaft zurechtfinden und auskennen. So können sie sich bspw. zu Nutze machen, dass der Neunerturm eine leicht erkennbare Stufe bildet, auf die sie sofort „fliegen“ können, ohne jede Stufe abzählen zu müssen. Auch der direkte Weg durch die Mitte kann als Erleichterung genutzt werden, so kann man hier in Zweiersprüngen hinaufklettern und die ungeraden Türme einfach überspringen.

Das wiederholte Einsetzen der Pluslandschaft erleichtert den Kindern den Übergang vom zählenden zum denkenden Rechnen. Statt jede Stufe mühsam hinaufzuklettern, was ja dem zählenden Rechnen gleichzusetzen ist, lernen sie größere Sprünge zu machen und durch Strategie und Rechnung zum Ergebnis zu kommen.

Förderung von funktionalem Denken

Die Pluslandschaft ist besonders gut dafür geeignet, das funktionale Denken von Kindern anzuregen und zu fördern. Hier werden, im Unterschied zu den meisten anderen Materialien, die im Unterricht eingesetzt werden, nicht einfach Zustände gezeigt, sondern dynamische Prozesse deutlich, die bei der Addition ablaufen. Die Kinder können selbst mit ihren Figuren in der Landschaft umherwandern und sich so mit der Addition vertraut machen. Da im normalen Rechenunterricht der Grundschule meist mehr auf die Förderung der prädikativen Denkweise eingegangen wird, ist dieser Aspekt besonders wichtig. Denn für das spätere Leben ist es wichtig, dass beide Denkweisen beherrscht werden, und gerade Kinder, deren Schwäche sowieso im funktionalen Bereich liegt, benötigen hier eine spezielle Förderung. An dieser Stelle kann die Pluslandschaft gut zum Einsatz kommen.

Umsetzung der Ideen des radikalen Konstruktivismus

In der Pluslandschaft wird das Kind ins Zentrum gerückt, es kann selbst auf Entdeckungsreise in der Zahlenwelt gehen und bekommt keine festgelegten Wege zur Lösung einer Aufgabe vorgesetzt. Stattdessen entscheidet es selbst, wie es bei der Erkundung vorgeht. So merkt es welche Strategien ihm am besten liegen und es am schnellsten zum Ziel führen. Es muss nicht die Denkweisen von anderen, speziell

vom Lehrer, übernehmen, wo die Gefahr besteht dass sie sich für ihn als unvorteilhaft herausstellt. Jeder Mensch denkt anders, was die Pluslandschaft in meinen Augen sehr gut berücksichtigt, da sie Spielräume lässt, statt strikte Vorschriften zu machen.

Das Kind kann bei Rechenaufgaben nicht nur selbst den Weg bestimmen, auf dem es die Aufgabe löst, sondern diese auch nach eigenem Belieben so umformen, dass sie nach dem eigenen Empfinden am leichtesten zu lösen ist. So kann es die Aufgabe $9+8$ gedanklich bspw. in $10+7$ oder in $10+8-1$ umformen.

Mengenverständnis und Zahlbeziehungen

Zudem veranschaulicht das Modell sehr gut die Beziehungen der Zahlen untereinander. Die Kinder lernen so von Anfang an die Relationen kennen. Durch den Höhenvergleich der Türme, der jederzeit problemlos möglich ist, sieht man sofort, welche Zahl größer ist, welche direkt mit einer anderen benachbart ist und auch wie groß die Differenz von zwei Zahlen ist. Um das festzustellen kann das Kind entweder die Stufen zählen, die zu überwinden sind, um von einem zu einem anderen Turm zu kommen, oder es betrachtet die Türme direkt nebeneinander, indem es sie aus der Landschaft herausnimmt und dann vergleicht.

An der Anzahl der Türme können die Kinder auch gleich erkennen, wie viele Möglichkeiten es gibt, die verschiedenen Zahlen, die die Pluslandschaft zeigt, darzustellen. Während es nur eine Möglichkeit gibt, die 18 darzustellen, kann die neun aus zehn verschiedenen Konstellationen zusammengesetzt werden.

Zehnerübergang und Kraft der Fünf

Diese beiden Punkte kommen in der Pluslandschaft nicht zum Tragen und haben keine besondere Bedeutung. Weder ist der Zehnerübergang als eine besondere Stufe gekennzeichnet, an der die Kinder sich orientieren könnten, noch bietet die Kraft der Fünf beim Durchwandern der Pluslandschaft eine Hilfestellung.

Doch das Fehlen dieser Merkmale ist in meinen Augen nicht unbedingt nur als Nachteil zu bewerten. Auch wenn der Zehn keine besondere Bedeutung zukommt, bietet dafür die Stufe Neun eine Orientierungshilfe für die Kinder. Der Zehnerübergang wird in Schulbüchern und während des Unterrichts sehr ausgiebig behandelt, was natürlich auch wichtig ist, da er für die Kinder ein bedeutender Schritt ist. Trotzdem, oder gerade deshalb denke ich, dass es nicht verkehrt ist, ihn an dieser Stelle ein wenig in den Hintergrund treten zu lassen. In der Pluslandschaft

sehen die Kinder, dass die Zehnerstufe eine ganz normale Stufe ist, wie jede andere auch und keine besondere Hürde bildet, die nur schwer zu überwinden ist.

Das Fehlen der Kraft der Fünf dagegen würde ich als Nachteil bewerten, da hier im Gegensatz zur Zehn kein Ersatz zur Orientierung geboten wird. Deshalb ist es nicht ohne weiteres auszumachen welche Stufe welchen Wert hat. So lässt sich zum Beispiel nicht auf den ersten Blick erkennen, ob eine Figur nun auf der Stufe 5 oder 6 steht. In meiner eigenen Konstruktion habe ich das Problem dadurch gelöst, dass ungerade und gerade Türme unterschiedliche Farben haben. So haben alle ungeraden Türme einen obersten Stein mit der Farbe rot, alle geraden Türme haben eine gelbe Spitze. Wenn sich die Kinder also erst einmal mit der Landschaft vertraut gemacht haben, können sie auch ohne längeres Überlegen schnell erkennen auf welcher Stufe sich eine Figur befindet. Auch wenn diese Hilfe für stärkere Schüler überflüssig zu sein scheint, bietet sie gerade den Schwächeren eine gute Orientierungshilfe.

Übertragbarkeit auf größere Zahlenräume

Auch wenn in dem Text von Peter Gallin die Auffassung vertreten wird, dass die Erweiterung des Zahlenraums problemlos möglich ist, wenn die Kinder sich erst einmal richtig mit der Pluslandschaft vertraut gemacht haben, sehe ich diesen Übergang nicht als so problemlos an.

Ich denke, dass es recht viel verlangt ist, mit einer Landschaft, die nur die Zahlen bis 18 repräsentiert, in einem Zahlenraum bis 100 oder sogar weiter zu rechnen. Auch hier denke ich wieder speziell an die Schüler, denen der Umgang mit Zahlen nicht so leicht fällt. Sie werden sich schnell überfordert fühlen, wenn zusätzlich zur eigentlichen Rechnung auch noch von ihnen verlangt wird, sich die Pluslandschaft erweitert vorzustellen.

Die Idee nach Zaubertürmen in der Nachbarschaft zu suchen, halte ich aber für gut, so lernen die Kinder bei jeder Aufgabe erneut, nach alternativen Lösungswegen zu suchen und sich somit die Lösungsfindung zu erleichtern. Damit wird verhindert, dass sie sich auf eine bestimmte Strategie festlegen, bevor sie sich überhaupt mit anderen Wegen vertraut gemacht haben. Diese Zaubertürme erleichtern auch den Übergang zum erweiterten Zahlenraum.

Schlusswort

Abschließend kann ich zu der Pluslandschaft sagen, dass sie in jedem Fall eine Bereicherung für den Mathematikunterricht in der Grundschule darstellt.

Sie bietet den Kindern die Möglichkeit den Zahlenraum bis 18 genau zu erkunden und sich mit ihm vertraut zu machen.

Speziell die Förderung des funktionalen Denkens ist hier besonders herauszustellen, da sie im übrigen Unterricht eher in den Hintergrund gedrängt wird.

Ich muss sagen, dass ich beim ersten Betrachten der Pluslandschaft sehr skeptisch war, doch nachdem ich mich in der letzten Zeit etwas genauer damit befasst habe, habe ich mehr Gefallen daran gefunden und auch erkannt, dass sie in mehreren Themenbereichen gut zum Einsatz gebracht werden kann. So erleichtert sie zum Beispiel den Übergang vom zählenden zum denkenden Rechnen und ist auch sehr hilfreich um den Kindern die Relationen der Zahlen untereinander zu verdeutlichen.

Skeptisch bleibe ich aber weiterhin bei der Erweiterung auf größere Zahlenräume, die in meinen Augen gerade jüngere Kinder in vielen Fällen überfordern wird. Selbst mir fiel es schwer dem Autor des Textes in seinen Überlegungen hierzu zu folgen.

Ansonsten denke ich aber, dass die Landschaft als positiv zu bewerten ist und gerade in der ersten Klasse zum Einsatz kommen sollte. Hier stimmen der Zahlenraum, in dem die Kinder rechnen, und der Zahlenraum der Pluslandschaft weitgehend überein.