

Fachbereich: Mathematik

Erstreichenschein-Auftrag
Wintersemester 2003 / 2004

Frau Inge Schwank
Abgabe: 09.01.2004

Die Pluslandschaft

Aufgabe:

Stellen Sie eine einsatzfähige Pluslandschaft her (Schülermodell). Bearbeiten Sie damit viele verschiedenartige Aufgaben (mind. 4), die sie nach Kategorien geordnet auflisten. Besprechen Sie das Material vor dem Hintergrund dessen, was sie in der Vorlesung vorgestellt bekommen haben.

Name: Martina Hülsmeier

Studiengang: Lehramt GHR

Fächer: Mathematik, Deutsch und Englisch

Semester: 3.

Matrikelnummer:

Aufbau der Pluslandschaft

Die Pluslandschaft, dargestellt in dem Buch „Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab.“ von Urs Ruf und Peter Gallin, basiert auf eine 0+0 – Tabelle (oder auch 1+1 – Tabelle). Sie besteht aus 99 Holztürmen, die 18 verschiedene Größen aufweisen.

Ich entschied mich für Türme mit der Grundfläche von 1,6x1,6 cm, da diese Größe für ein Schülermodell gut geeignet ist und ein gängiges Maß im Holzfachhandel ist. Eine Stufeneinheit beträgt auch 1,6cm, so dass die Abstände von einer Stufe zur nächst kleineren / größeren Stufe ebenfalls 16mm betragen.

Die Türme stehen in einem Rahmen, so dass sie gehalten werden und nicht umkippen. Damit zu Beginn des Umgangs mit der Pluslandschaft den Kindern bei der Bestimmung der Wertigkeit des jeweiligen Turmes Hilfe gegeben ist, habe ich Plättchen aus Tonkarton gebastelt und diese mit den Zahlen von 1 bis 18 beschriftet. Die Plättchen können vor dem Rechnen auf die entsprechenden Türme gelegt werden.

Die Figuren entstammen aus der Bärenwaldfamilie. Diese habe ich gewählt, da sie den Kinder Freude bereiten könnten und ansprechend aussehen. Die drei kleinen Figuren haben eine richtige Größe um auf den Türmen der Pluslandschaft stehen zu können.

Die Pluslandschaft kann auseinanderggebaut werden, so dass sie relativ einfach zu transportieren ist. Allerdings müssen die Kinder nach dem Transport die Pluslandschaft erst wieder aufbauen, was aber in meinen Augen kein Nachteil ist, da sie so erstens ihre motorischen Fähigkeiten schulen, was in der heutigen Zeit leider häufig zu kurz kommt, und zweitens lernen sie so den Aufbau der Landschaft besser kennen.

Aufgabenkategorien

Mit der Pluslandschaft kann man nicht nur simple Additionsaufgaben rechnen. Der Einsatzbereich der Pluslandschaft erstreckt sich sogar über die Subtraktion und die Multiplikation. Ich wählte folgende vier Kategorien und diskutiere sie im Folgenden unter den in der Vorlesung besprochenen Aspekten:

1. Zerlegen von Zahlen
2. Addition mit zwei Summanden
3. Subtraktion
4. Die 2er-Reihe (Ansatz zur Multiplikation)

Die erste Kategorie habe ich ausgesucht, da die Pluslandschaft mit ihren unterschiedlich hohen Türmen eine ideale Möglichkeit bietet die Zahlen so zu zerlegen, dass zum Beispiel ein hoher Turm durch zwei kleinere Türme ersetzt werden kann. So können Kinder relativ einfach feststellen, in welche Zahlen sich eine größere Zahl zerlegen lässt. Die Addition mit zwei


Summanden ist eine der grundlegenden Aufgaben der Pluslandschaft, so dass ich der Meinung bin, dass diese Kategorie berücksichtigt werden sollte. Die dritte Kategorie stelle ich dar, weil sie als Gegenoperation zur Addition gesehen werden kann und dieses den Kindern mit Hilfe der Pluslandschaft deutlich werden kann. Außerdem bietet die Pluslandschaft eine gute Möglichkeit zu subtrahieren. Die letzte Kategorie habe ich schließlich gewählt, da man auch mit der Pluslandschaft schon Ansätze zur Multiplikation durchführen kann und diese wichtig für die Kinder sind, damit sie die Multiplikation später verstehen können. Denn schließlich baut die Multiplikation auf die Addition auf.

1. Vergleichen von Größen


Diese Kategorie lässt sich meiner Meinung nach gut am Anfang der Arbeit mit der Pluslandschaft setzen, da sie einen Umgang mit den Türmen übt, gleichzeitig aber auch das Mengen- und Zahlenverständnis fördert.

In dieser Kategorie wähle ich als Beispiel, die Zahl 16. Aufgabe ist es nun, zwei Türme zu finden, die zusammen genauso groß sind, wie der 16er-Turm. Hierbei gibt es viele verschiedene Möglichkeiten. Relativ einfach ist es, sich einen 15er-Turm zu nehmen und dann festzustellen, dass nur noch ein ganz kleiner Turm fehlt. So kommt man auf die Lösung $16 = 15 + 1$. Man kann sich allerdings auch jeden beliebigen kleineren Turm nehmen und dann abschätzen, welche Größe man ungefähr bräuchte. Ich wähle als Beispiellösung: $16 = 9 + 7$. Dieser Lösungsweg ist prädikativ, da die Kinder immer wieder die Türme nach ihrer Höhe vergleichen und so auf die Lösung kommen. Die Handlungsweise der Kinder entspricht aber eher einer dynamischen Handlungsweise, da sie aktiv miterleben, dass ein Turm durch zwei Türme ersetzt werden kann.

Eine mögliche Verschriftlichung könnte wie folgt aussehen:


$$16 = \square + \square$$

gelöst sieht es dann so aus:


$$16 = \boxed{9} + \boxed{7}$$

Diese Verschriftlichung hat ihren Nachteil darin, dass sie im Gegensatz zu den Türmen aus der Pluslandschaft die Stäbe in Einerstäbe unterteilt hat, so dass man abzählen kann um welchen Turm es sich handelt. Dieses habe ich gemacht, damit es die Verschriftlichung einfacher ist und weil ich genau diese Tatsache, dass die Unterteilung bei der Pluslandschaft nicht vorhanden ist, als Nachteil empfinde. Die Verarbeitung von Zahlen taucht hier ansatzweise in Form der Addition auf. Denn die Kinder nehmen so nicht nur verschiedene Zerlegungsmöglichkeiten einer Zahl wahr, sondern auch gleichzeitig, dass die höhere Zahl die Summe der beiden kleineren ist.

Diese Übungen können für den späteren Umgang mit dem Zehnerübergang nützlich sein, da sie die Zerlegung von Zahlen trainieren, so dass Kinder später eventuell geübter darin sind, Zahlen so zu zerlegen, dass immer zunächst der Zehner vollgemacht wird.

Weiterhin sind in dieser Aufgabenkategorie alle drei Repräsentationsformen enthalten. Die Kinder kommen beim Zerlegen des größeren Turms handelnd zur Lösung. Dadurch, dass jeder Turm einer bestimmten Zahl entspricht, wird die formal-symbolische Ebene angesprochen. Und letztendlich ist die visuelle Ebene dadurch vertreten, dass die Kinder die Größe der Türme abschätzen müssen.

Da die Pluslandschaft eigentlich nicht so konkret gehalten ist, sondern eher die Abstraktheit vertritt, könnte es beim Zerlegen von Größen eher zum Übergang zum denkenden Rechnen kommen. Denn die Kinder können sich schnell mentale Bilder von den recht abstrakten Türmen machen und so überlegen, in welche Türme man die Zahl denn zerlegen könnte. Diese Art von Aufgabenstellung bietet viele Lösungsmöglichkeiten und somit viel Variation. Die Kinder können selber bestimmen, wie sie nun die Zahl zerlegen möchten und davon gibt es gerade bei höheren Zahlen enorm viele Möglichkeiten.

Auch Differenzierungsmöglichkeiten sind gegeben, da man den schwächeren Kindern zum Beispiel einen Turm vorgeben kann und sie dann nur noch den zweiten Turm herausuchen müssen, damit sie auf die vorgegebene Länge kommen. Stärkeren Kindern kann man zusätzlich die Aufgabe geben herauszubekommen, wie viele Zerlegungsmöglichkeiten es denn gibt.

2. Addition mit zwei Summanden

Diese Kategorie ist sehr weitläufig, da sowohl Aufgabenstellungen möglich sind, die den Zehnerübergang beinhalten, als auch recht simple Aufgaben, ohne Zehnerübergang. Des Weiteren ist es möglich Aufgaben zu stellen, die den einen Summanden größer als 9 haben, so dass beim Ablaufen in der Pluslandschaft noch während eines Summanden ein Richtungswechsel erforderlich ist. Ich wähle die Additionsaufgabe $5 + 8$, da sie zwar den Zehnerübergang beinhaltet, aber ein Richtungswechsel innerhalb eines Summanden nicht notwendig ist. Obwohl die Additionsaufgabe sehr starr vorgegeben ist, bietet die Pluslandschaft den Kindern viele Möglichkeiten diese Aufgabe zu lösen. Die Kinder fangen am Nullpunkt an zu zählen (die Pluslandschaft steht stets so, dass die Spitze mit dem Nullpunkt zum Bearbeiter der Aufgabe zeigt), nun haben sie die Möglichkeit mit der Figur nach rechts oder nach links zu gehen. Sie gehen zum Beispiel fünf Schritte nach rechts. Dort auf dem 5er-Turm angekommen (im Foto die kleine Igeldame) drehen sie die Figur nun nach links und gehen in diese Richtung den zweiten Summanden ab, also 8 Schritte. Nachdem sie das erledigt haben, sehen sie, dass die Figur auf dem 13er-Turm steht (der kleine Frosch im Foto) und haben somit die Lösung der Additionsaufgabe $5 + 8$. Starten die Kinder zur linken

Seite, landen sie auf einem anderen 13er-Turm. Die Kinder haben aber auch die Möglichkeit im Zick-Zack oder sonst irgendeinen Weg zu gehen. Wichtig ist nur, dass sie am Ende $5 + 8 = 13$ Schritte gemacht haben und auf einem 13er-Turm stehen. Dieser Rechenweg ist funktional, da die Kinder durch Handeln auf die Lösung kommen. Sie entwickeln also ihren Lösungsweg, indem sie mit der Figur den Weg der Additionsaufgabe abgehen, also durch einen dynamischen Prozess.

Diese Art von Addition ist eher als dynamische Addition zu sehen, da die Kinder mitbekommen, dass man zu dem ersten Summanden (also zu den ersten Schritten) noch einen weiteren Summanden „hinzulaufen“ muss, damit man das Ergebnis erlangt. So wird die Addition durch den dynamischen Prozess des Laufens gelöst.

Eine Verschriftlichung ist hier eher schwer, da es gut möglich ist, dass jedes Kind einen anderen Weg gegangen ist, so dass es sehr kompliziert ist, sie auf eine Verschriftlichung zu drängen. Deswegen bin ich der Meinung, dass man keine Verschriftlichung anstreben sollte. Zudem kann man sehr gut mit der herkömmlichen Schreibweise arbeiten und den Kindern einfach verschriftlichte Aufgaben wie: $5 + 8 = \underline{\quad}$ oder etwa $\underline{\quad} + 8 = 13$ geben. Dieses beeinträchtigt sie dann nicht bei dem Lösungsweg in der Pluslandschaft.

Der Zehnerübergang ist zwar nötig, wenn man diese Aufgabe im Kopf oder verschriftlicht rechnet, allerdings wird er bei der Pluslandschaft mehr oder weniger missachtet, indem die Kinder die Summanden einzeln abzählen und nicht direkt zusammenrechnen. Das Abzählen der Summanden verdeutlicht, dass die Kinder diese Additionsaufgabe noch mit Hilfe des zählende Rechnens durchführen können. Diese Tatsache, dass die Kinder in der Pluslandschaft die Ergebnisse durch zählen erlangen, könnte dazu führen, dass die Kinder länger auf der Stufe des zählenden Rechnens bleiben und dieses dann bei Rechenaufgaben im höheren Zahlenbereich zu Problemen führen könnte. Zwar schlagen Ruf und Gallin vor, dass man die Pluslandschaft auch in höheren Zahlenbereichen einsetzen kann. So wird dann die 1 etwas zu 71. Ich bin aber der Meinung, dass diese auch weiterhin das zählende Rechnen unterstützt und die Kinder dann spätestens bei höheren Multiplikationsaufgaben in arge Bedrängnis kommen. Diese Art von Aufgabenstellung bietet weniger Differenzierungsmöglichkeiten, da die Aufgabenstellung ziemlich eng gefasst ist, dadurch, dass einfach das Ergebnis der Additionsaufgabe $5 + 8$ erfasst werden soll. Natürlich kann man stärkeren Kindern wieder extra Aufgaben geben, wie zum Beispiel so viele Lösungswege wie möglich zu finden oder aber, dass sie zum Beispiel immer im Zickzack den Weg gehen müssen, könnte auch schon schwieriger sein. Schwächeren Kindern könnte man zunächst den Weg vorgeben. So dass man eventuell sagt: „Gehe zunächst 5 Schritte nach rechts und von dort 8 Schritte nach links“. Dieses sollte aber nicht lange gemacht werden, da die Pluslandschaft als grundlegende Eigenschaft hat, dass es viele verschiedene Lösungsmöglichkeiten gibt und die Kinder selber entscheiden sollen, welche sie gehen wollen. So lernen die Kinder bei Nachfrage auch zu

erklären und begründen, warum sie diesen Weg gehen und sagen nicht: „Weil Sie das gesagt haben!“.

3. Subtraktion

Bei dieser Aufgabenstellung entschied ich mich für die Aufgabe 10 – 4, da es bei dieser Aufgabenstellung möglich ist den Minuenden in eine Richtung zu gehen. Die Aufgabe 10 – 4 lässt sich wie folgt lösen (siehe auch Foto): Das Kind stellt seine Figur auf den Minuenden, dabei können sie sich einen der Minuenden-Türme (Türme mit der Wertigkeit des Minuenden) aussuchen (der kleine Frosch steht auf einem 10er-Turm), dann geht es mit der Figur vier Stufen abwärts in beliebige Richtung. Einfach ist es, wenn das Kind sich gleich die richtige Richtung aussucht, so dass es kein Richtungswechsel vornehmen muss. Die Figur landet nun auf dem Ergebnis, der Differenz. Im Foto wird dieses durch die kleine Igeldame verdeutlicht, die auf einem 6er-Turm steht.

Auch diese Aufgabe wird funktional gelöst, weil das Kind durch Abzählen der vier Stufen (des Subtrahenden) funktional zum Ergebnis kommt. Durch den dynamische Prozess des Abzählens wird die Entstehung des Ergebnisses sehr deutlich. So wird durch das aktive Runtergehen der Treppen deutlich, dass die Zahl kleiner wird, also das etwas abgezogen wird. Da es eine dynamische Aktivität ist, handelt es sich hierbei auch um eine dynamische Subtraktion. Auch hier halte ich wie oben eine Verschriftlichung nicht für sinnvoll und greife auf den gleichen Vorschlag betreffend der herkömmlichen Schreibweise zurück.

Der Zehnerübergang spielt bei dieser Aufgabenstellung keine Rolle.

Die Verarbeitung von Zahlen wird hier durch die Subtraktion vertreten.

Auch hier wird die Aufgabe eher mit Hilfe des zählenden Rechnens gelöst als mit Hilfe des denkenden Rechnens.

Differenzierungsmöglichkeiten sind bei dieser Aufgabe auch nur bedingt möglich, indem man den Kinder wie schon oben bei der Additionsaufgabe verschiedene Aufgabenstellung oder Hilfestellungen geben kann. Man kann die Kinder auch fragen, welcher Lösungsweg ihrer Meinung nach der sinnvollste wäre.

4. Die 2er-Reihe

In dieser Aufgabenkategorie ist die Variationsbreite der Aufgabenstellung auch recht groß.

Man kann den Kindern die Aufgabe stellen, stets einen Turm zu überspringen und so bis ans Ende der Pluslandschaft zu gelangen. Man kann aber auch fragen, wie viele Zweiersprünge sie, bei der geraden Zweierreihe, zu machen haben, bis sie zum Beispiel auf dem 8er-Turm landen.

Man kann auch allgemein fragen, auf welchen Türmen sie durch die gerade / ungerade Zweierreihe landen können. Ich habe mich für die Beispielaufgabe entschieden $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ zu rechnen und festzustellen, wie viele Zweierschritte man gebraucht hat um auf das

Ergebnis zu kommen. Das sieht dann so aus, dass sie zunächst mit der Figur auf einen 2er-Turm hüpfen (im Foto verdeutlicht durch den kleinen Frosch), dann auf einen 4er-Turm (kleine Igeldame), von dort auf einen 6er-Turm (kleiner Elefant), weiter auf einen 8er-Turm (kleiner Bärenjunge), dann auf einen 10er-Turm (Maulwurf Baby) und letztendlich auf einen 12er-Turm (Bärenbaby).

Auch diese Aufgabe ist funktional gelöst worden, da sie durch einen dynamischen Prozess zur Ergebnisbestimmung führt.

Auch hier findet wieder eine Verarbeitung von Zahlen statt, indem man zunächst eine Additionsaufgabe stellt, die dann aber durch ein wenig Hilfe vom Lehrer zur Multiplikationsaufgabe umgeformt werden kann.

Auch hier ist eine Verschriftlichung schwer, da wahrscheinlich jedes Kind einen anderen – eigenen – Weg findet die Aufgabe zu lösen. Man kann auch hier auf die herkömmliche Verschriftlichung der Addition und sogar Multiplikation zurückgreifen: $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$ ____ oder ____ $\times 2 = 12$

Allerdings wird auch hier wie in den Aufgabenkategorien vorher die Aufgabe mit großer Wahrscheinlichkeit mit Hilfe des zählenden Rechnens gelöst und nicht so sehr mit dem denkenden Rechnen. Denn auch hier zählen die Kinder Stufe für Stufe ab. Dennoch kann diese Aufgabenkategorie eher zum denkenden Rechnen führen, da die Kinder durch die Zweierschritte lernen können, nicht mehr jeden einzelnen Turm abzuzählen, sondern eventuell nur jeden zweiten oder gar dritten. So lernen die Kinder auch das Prinzip der Multiplikation kennen, nämlich mehrere gleiche Summanden zu addieren.

Diese Aufgabe bietet wieder viele Differenzierungsmöglichkeiten. Man kann den schwächeren Kindern helfen, indem man sagt, sie sollen zunächst einmal den Weg über die äußeren Türme wählen, da dieser deutlicher zu erkennen ist, wenn man in Zweierschritten vorangehen soll. Man kann den stärkeren Kindern die Aufgabe geben, den kürzesten Weg in Zweierschritten zum 18er-Turm zu finden und zu begründen, warum sie glauben, dass dieses der kürzeste Weg ist. Man kann die stärkeren Kinder schon eher mit der Multiplikation vertraut machen und sie damit beauftragen weitere Reihen, als die Zweierreihe ausfindig zu machen.

Fazit

Ich bin der Meinung, dass die Pluslandschaft im Anfang des Mathematikunterrichts sehr gut einsetzbar ist und den Kindern viel Hilfe bieten kann. Das sehe ich so, weil die Pluslandschaft den Kindern die Möglichkeit gibt Addition zu „erleben“; das heißt, dass sie durch eigene Aktivität rechnen können. Das finde ich an der Pluslandschaft sehr positiv. Außerdem finde ich es sehr ansprechend, dass die Pluslandschaft den Kindern so viele Möglichkeiten und verschiedene Lösungswege bietet. Hier werden die Kinder nicht auf einen bestimmten Rechenweg gezwungen, sondern können selber entscheiden, wie sie zur Lösung gelangen

wollen. Das nimmt den Zwang, somit auch die Angst und fördert eventuell den Spaß an der Sache. Diese Eigenschaft basiert auf den radikalen Konstruktivismus, der fordert, dass die Schüler aktiv in das Zentrum des Unterrichts rücken und der Lehrer seine „Erklärungen“ zurückstellt. Und genau dieses erfüllt die Pluslandschaft, indem die Schüler ihre eigenen Lösungen finden und diese erklären dürfen.

Die Eigenaktivität ist gerade deshalb wichtig, weil man sich Dinge, die man selbst getan hat besser einprägt als Dinge, die einem nur vorgetragen werden. Denn es ist nachgewiesen, dass wir nur 10% der Dinge vergessen, die wir selber durchgeführt haben.

Ein weiterer wichtiger Aspekt, auf den ich noch näher eingehen möchte, ist die Theorie des zählenden und denkenden Rechnens. Auch wenn die Pluslandschaft sehr stark auf das zählende Rechnen basiert, sehe ich keinen sehr großen Nachteil darin. Schließlich ist gerade diese Eigenschaft für den Anfangsunterricht wichtig, da nahezu jedes Kind bei Schuleintritt schon zählen kann. So kann es schon zu Anfang mit Hilfe der Zählstrategie Aufgaben lösen. Auch der Übergang zum denkenden Rechnen kann durch die Pluslandschaft gegeben werden. So können sich die Kinder die Türme konkret vorstellen und sich demnach relativ einfach mentale Bilder davon machen, welche wichtig sind für den Übergang. Dennoch sind die Türme abstrakt genug, dass man sie nicht unbedingt einer festen Zahl zuordnen muss, schließlich stehen auch keine festen Zahlen auf den Türmen. Die mentalen Bilder, die fortan bei jeglicher Lösungsfindung helfen sollen, werden dadurch gestärkt, dass die Kinder von Anfang an ihren eigenen Lösungsweg finden dürfen – also ihre eigenen mentalen Bilder, welche sich mit großer Wahrscheinlichkeit besser merken lassen, als vorgegebene.

So bewerte ich die Pluslandschaft als positiv, da sie viele Vorteile hat, aber nur wenige Nachteile. Zum Beispiel könnte der Transport ein Nachteil sein, da aber die Türme der Pluslandschaft in einen Schuhkarton passen, sollte auch das machbar sein.

Leider spielen die Kraft der Fünf bzw. die Kraft der Zehn und die Erfassung von Mengen überhaupt gar keine Rolle, was ich allerdings nicht als so tragisch empfinde, da man dieses auch mit Hilfe anderer Materialien erreichen kann.

Ein weiteres Problem könnte sein, dass es wahrscheinlich aus finanziellen Gründen nicht möglich ist jedem Kind eine Pluslandschaft zu geben.

Zusammenfassend muss ich aber sagen, dass ich von der Pluslandschaft und ihren vielfältigen Möglichkeiten angetan bin und denke, dass es eine gute Möglichkeit ist, den Kindern im Erstrechenunterricht die Addition näher zu bringen.