

Elmar COHORS-FRESENBORG, Osnabrück
Eckhard KLIEME, Berlin

Mathematik als Werkzeug zur Wissensrepräsentation – Eine Evaluationsstudie auf der Basis von TIMSS-Instrumenten

Von 1987 bis 1992 fand an mehreren Gymnasien der Schulversuch „Integration algorithmischer und axiomatischer Denkweisen in den gymnasialen Mathematikunterricht der Klassen 7/8“ des Niedersächsischen Kultusministeriums statt, der bis 1995 durch einen Versuch in den Klassen 9 und 10 fortgesetzt wurde. Daraus hat sich ein Konzept zur Neuorientierung des gymnasialen Mathematikunterrichts der Klassen 7-10 unter der Leitidee „Mathematik als Werkzeug zur Wissensrepräsentation“ ergeben (Cohors-Fresenborg, 1996). Im Zentrum steht das Bemühen, den Funktionsbegriff (mehrerer Veränderlicher) und die Idee von Vertragswerken zum Umgang mit Begriffen von Klasse 7 an zum immer verfügbaren Teil quasi eines mathematischen Betriebssystems in den Köpfen der Schülerinnen und Schüler zu machen. In einer umfangreichen Analyse hat Sjuts (1999b) herausgearbeitet, wie sich im einzelnen aus den kognitionstheoretischen Konzepten, ihrer Realisierung in den Textbüchern und den methodischen Handreichungen ein konstruktivismusgeleiteter Mathematikunterricht ergeben kann.

Viele Lehrer, die sich auf die in den beiden Schulversuchen entwickelten Konzepte eingelassen haben, berichteten über einen anderen Unterrichtsstil, den sie in der Auseinandersetzung mit diesen Ideen entwickelt haben. Beispiele dafür findet man im Heft 3/1993 der Zeitschrift „Der Mathematikunterricht“. Auf den regelmäßigen Treffen haben an der Erprobung beteiligte Lehrer schon frühzeitig darauf hingewiesen, dass die andersartige Konzeption des gymnasialen Mathematikunterrichts insbesondere Schülerinnen und Schülern im mittleren und unteren Bereich des Leistungsspektrums zugute kommt. Andererseits konnten sie beeindruckende Fallbeispiele aus dem Unterricht oder Eigenproduktionen von Schülerinnen und Schülern präsentieren, die qualitativ ein tieferes Verständnis mathematischer Ideen und eine neue diskursive Unterrichtskultur belegen (vgl. Kaune, 1999; Sjuts, 1999a; Cohors-Fresenborg et al., 2000).

Als Ergänzung zu diesen qualitativen Untersuchungen hat das Max-Planck-Institut für Bildungsforschung in Berlin ein Konzept der quantitativen Evaluierung entwickelt, welches sich auf TIMSS-Instrumente stützt. Es handelt sich zwar bei TIMSS nicht um einen dem Osnabrücker Curriculum nahen Test, aber es sollte wenigstens die mathematische Kompetenz bezogen auf das übliche Curriculum abgeschätzt werden. Dieses ist auch vor

dem Hintergrund zu sehen, dass im Osnabrücker Curriculum zusätzlicher Stoff im Umfang von etwa einem halben Schuljahr unterrichtet wird, so dass für die in den Rahmenrichtlinien festgelegten Inhalte nur 3 von 4 Schulhalbjahren der Klassen 7 und 8 Zeit bleiben.

Die Untersuchung wurde Ende April 1999 in jeweils allen vier Klassen der 8. Jahrgangsstufe der Gymnasien in Bad Iburg und am Treckfahrtstief in Emden durchgeführt. Diese beiden Schulen unterrichten bis heute nach den in den Schulversuchen entwickelten Konzepten.

Die Untersuchungsinstrumente waren

- TIMSS-Testheft (Mathematik und Naturwissenschaften)
- Ergänzungsfragebogen für Schüler
 - Kriteriumsorientierter Test zum untersuchten Curriculum (4 komplexe Aufgaben)
 - Kognitive Grundfähigkeiten (KFT: verbale/ figurale Analogien)
 - Selbsteinschätzung der Schüler (Fach- und Sachinteresse, Selbstkonzept, Lernstrategien und Mathematische Weltbilder)
 - Unterrichtswahrnehmung der Schüler (TIMSS-Skalen und zwei spezielle Skalen)

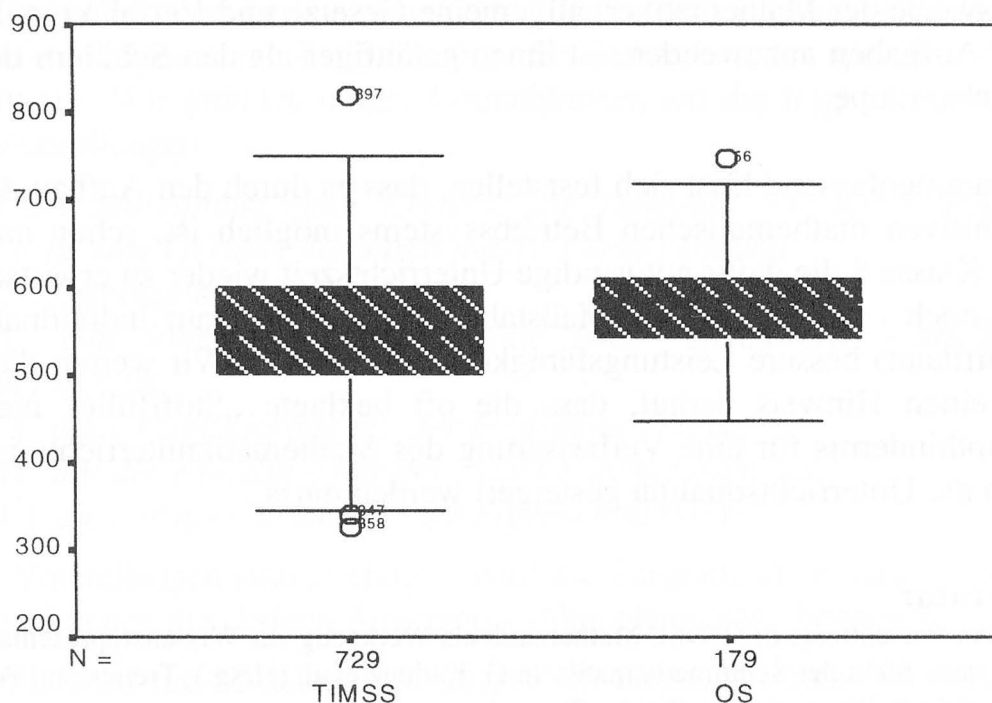
Für die Durchführung der Untersuchung hat das MPI Testleiter ausgewählt und geschult. Die Auswertung wurde am MPI vorgenommen. Wir berichten im folgenden über einige Ergebnisse.

Die Ergebnisse aus den beiden Versuchsschulen (mit insgesamt 185 Schülerinnen und Schülern aus 8 Klassen) wurden verglichen mit einer Vergleichsstichprobe aus TIMSS, die 915 Schülerinnen und Schüler aus 35 Klassen in 19 Gymnasien umfasste. Die Vergleichsstichprobe umfasst alle Gymnasialklassen aus TIMSS aus den Bundesländern mit gleicher Expansionsrate im Bildungswesen wie in Niedersachsen. Dies sind die Bundesländer Hessen, Niedersachsen, Nordrhein-Westfalen.

Bei der Auswertung des Fachleistungstests Mathematik ergab sich folgendes (dabei stellen wir die Ergebnisse der TIMSS-Vergleichsgruppe unter dem Label „TIMSS“ die Ergebnisse der acht Versuchsklassen unter dem Label „OS“ dar):

	TIMSS	OS
Mittelwert	550	580
Standardabweichung	73	57
5% Perzentil	432	495
10 % Perzentil	460	504
90 % Perzentil	647	661
95 % Perzentil	673	677

Die deutliche Anhebung des Leistungsniveaus, bezogen auf die unteren und mittleren Quartile, zeigt das folgende Boxplot. Dabei sind die im TIMSS-Fachleistungstest Mathematik erreichten Punkte an der Hochachse abzulesen. Zwischen dem unteren und dem oberen Querstrich liegen bis auf drei bzw. einen sogenannten „Ausreißer“ (in der Grafik als Kreise mit Nummern eingezeichnet) alle getesteten Schülerleistungen. Die schwarz schraffierten Flächen bezeichnen die beiden mittleren Quartile; der schwarz durchgezogene Strich gibt den Median an. Die im Boxplot sichtbare starke Reduzierung der Varianz ist ein sehr wünschenswerter Effekt. Sie weist auf deutliche Homogenisierung der Leistung bei den Versuchsklassen hin. Berücksichtigt man auch die Varianz beim Intelligenztest, so zeigt ein multivariater Test (Levine), dass auf Individualniveau auch bei Auspartialisierung der Intelligenz die Niveauunterschiede signifikant sind ($p = .003$).



Neben diesen globalen Aussagen ist interessant, dass gerade bei denjenigen Items, zu deren erfolgreicher Bearbeitung die kognitiven Werkzeuge nützlich sind, die im Osnabrücker Curriculum besonders gestärkt werden, die Versuchsschüler erwartungsgemäß gut abgeschnitten haben. Es sind dies die beiden Items B 8 und B 12, die auf Variablenverständnis zielen, sowie die Items U 2b und V 2, zu deren Lösung zusätzlich eine Erläuterung gefragt war.

Item	TIMSS	OS
B 08	69%	75%
B 12	80%	94%

Die Aufgabenstellung, Einordnung und Ergebnisse zur Testaufgabe V 2, die als eine der schwierigsten Aufgaben gilt, findet man in Kaune (2000).

Die Auswertung der Skalen zur Selbsteinschätzung der Schüler hat ergeben, dass das Curriculum keine spezifische Förderwirkung auf das Fach- und Sachinteresse sowie das Selbstkonzept der Schüler hat. Dagegen weichen die Werte signifikant ab in den Kategorien, die sich auf die Vorstellung von Mathematik als Selbstzweck und den Anwendungsnutzen von Mathematik beziehen: Für die Schüler der Versuchsklassen ist Mathematik kein Glasperlenspiel, sondern sie sind der Meinung, dass Mathematik im Alltag eines jeden von ihnen auftritt. Sie sind nicht überzeugt davon, dass die Lösungen mathematischer Probleme eindeutig sind. Ebenso erkennen sie die Bedeutung von Herleitungen und Beweisen. Die typische Vorgehensweise der Mathematiker, allgemeine Gesetze und Verfahren auf spezielle Aufgaben anzuwenden, ist ihnen geläufiger als den Schülern der Vergleichsgruppe.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass es durch den Aufbau des o. g. kognitiven mathematischen Betriebssystems möglich ist, schon am Ende von Klasse 8 die dafür notwendige Unterrichtszeit wieder zu erwirtschaften und noch - auf den TIMSS-Maßstab bezogen - eine (auf Individualniveau signifikant) bessere Leistungsfähigkeit zu erreichen. Wir werten dies auch als einen Hinweis darauf, dass die oft beklagte „Stofffülle“ nicht das Haupthindernis für eine Verbesserung des Mathematikunterrichts ist, sondern die Unterrichtsqualität gesteigert werden muss.

Literatur

- Cohors-Fresenborg, E. (1996): Mathematik als Werkzeug zur Wissensrepräsentation - Eine neue Sicht der Schulmathematik. In G. Kadunz et al. (Hrsg.), Trends und Perspektiven, 85-90. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (1993): Zur Konzeption eines gymnasialen mathematischen Anfangsunterrichts unter kognitionstheoretischem Aspekt, 4 – 11, *Der Mathematikunterricht*, Heft 3/1993.
- Cohors-Fresenborg, E. et al. (2000): Workshop zur Analyse metakognitiver Prozesse im Mathematikunterricht des Gymnasiums. Beitrag in diesem Band.
- Kaune, C. (1999): Förderung metakognitiver Aktivitäten durch geeignete Aufgabenstellungen. Beiträge zum Mathematikunterricht, 281-284. Hildesheim: Franzbecker.
- Kaune, C. (2000): Analyse einer TIMMS-Aufgabe mit den Methoden der kognitiven Mathematik. Beitrag in diesem Band.
- Sjuts, J. (1999a): Metakognition im Mathematikunterricht. Beiträge zum Mathematikunterricht, 497-500. Hildesheim: Franzbecker.
- Sjuts, J. (1999b): Mathematik als Werkzeug zur Wissensrepräsentation. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.