

Georgsmarienhütte, den 03.01.2004

Thema:

Die Pluslandschaft

Universität Osnabrück

WS 2003/2004

Veranstaltung: Grundkurs zur Didaktik der Mathematik I

Veranstalter: Frau Dr. Inge Schwank

Verfasser: Christina Ostendorf

Matrikelnummer:

Inhaltsverzeichnis

1. VORSTELLUNG DER PLUSLANDSCHAFT	3
2. VERSCHIEDENE AUFGABENTYPEN	3
2.1 ADDITIONSAUFGABEN.....	4
2.2 SUBTRAKTIONSAUFGABEN	4
2.3 ZAHLENFOLGEN.....	5
2.4 AUFGABENKOMBINATIONEN	5
3. DAS MENGENVERSTÄNDNIS IN DER PLUSLANDSCHAFT	6
4. PROZESS DER ADDITION	6
5. ZÄHLENDES RECHNEN/DENKENDES RECHNEN.....	7
6. „KRAFT DER FÜNF“.....	8
7. ABSCHLUSSBETRACHTUNG.....	8

1. Vorstellung der Pluslandschaft

Eine Pluslandschaft baut sich auf den Ergebnissen einer „0+0 – Tabelle“¹ auf. Bei dem Ergebnis 0 (Aufgabe 0 + 0) gibt es noch keine Stufe. Bei dem Ergebnis 1 (Aufgaben 0 + 1, 1 + 0) kann man von 0 aus gesehen eine Stufe, die an die 0 anschließt, in zwei verschiedene Richtungen hochlaufen. Dies steigert sich bis zu dem Ergebnis 9. Die Zahl ist gemäß der Tabelle das Ergebnis von 10 verschiedenen Aufgaben. Folglich gibt es in der Landschaft dann 10 Stufen mit der „Höhe 9“. Ab diesem Punkt wird die Pluslandschaft wieder schmaler, steigt von der Höhe aber weiter bis 18 an. Dies ist dann gemäß der Tabelle das Ergebnis der Aufgabe 9 + 9. In der Tabelle gibt es keine andere Möglichkeit mehr, dieses Ergebnis zu erhalten.

Die Pluslandschaft, die ich für diese Arbeit erstellt habe, habe ich aus Holz gebaut. Die Kantenlänge der verschiedenen Stufen beträgt 1,4 cm, so dass die Kinder noch problemlos mit einer kleinen Figur in der Landschaft umherlaufen können. Der Längenunterschied zwischen den einzelnen Stufen liegt bei 1 cm, so dass die längste Stufe 18 cm lang ist. Das ganze Modell bekommt somit eine Kantenlänge von 13 cm, was durch die kleinen Unebenheiten in den Hölzern zu erklären ist. Die Pluslandschaft ist insgesamt also nicht sehr groß und die Kinder könnten diese problemlos vor sich auf dem Tisch aufbauen. Zur besseren Standfestigkeit habe ich zusätzlich einen Holzrahmen angefertigt, in dem die Landschaft aufgebaut werden kann. Die einzelnen Hölzer würden also sicher in dem Rahmen stehen, sich aber auch problemlos herausnehmen lassen.

2. Verschiedene Aufgabentypen

Ich möchte in meiner Arbeit vier verschiedene Aufgabentypen besprechen, die sich mit der Pluslandschaft bearbeiten lassen. Zu Beginn möchte ich auf die Additionsaufgaben eingehen, weil die Kinder der ersten Klasse diesen Typ als erstes erlernen. Dann möchte ich, wie in der Schule auch, übergehen zu den Subtraktionsaufgaben. Als dritte Möglichkeit möchte ich Zahlenfolgen besprechen, da sich diese mit Hilfe der Pluslandschaft auf eine einfache Art und Weise erlernen lassen. Zu guter letzt möchte ich dann näher auf Aufgabenkombinationen

¹ D.h. eine Tabelle, in der alle Ergebnisse angefangen von der Aufgabe 0 + 0 bis 9 + 9 eingetragen sind.

eingehen, bei denen es darum gehen soll, wie viele Aufgaben z.B. die Zahl 9 als Ergebnis haben.

2.1 Additionsaufgaben

Additionsaufgaben im 10er – Feld sind die ersten Aufgaben, die Schüler in der ersten Klasse erlernen. Bei der Erarbeitung von diesem Aufgabentyp stellt die Pluslandschaft eine große Hilfe dar.

Betrachten wir als Beispiel einmal die Aufgabe $3 + 4$ (s. Abbildung 1 auf den Fotos). Diese Aufgabe lässt sich auf zwei verschiedenen Wegen lösen:

Zu Beginn sollten die Kinder ihr Männchen, mit dem sie durch die Landschaft laufen, auf die 0 stellen. Von der 0 müssen sie dann drei Stufen mit ihrem Männchen in der Pluslandschaft hochsteigen, wobei es egal ist, für welche Richtung sie sich entscheiden. Wenn die Kinder dann mit ihrem Männchen auf der „3er – Stufe“ stehen, gehen sie von diesem Punkt 4 Stufen in die jeweils andere Richtung. Dann stehen sie auf Turm 7, dem Ergebnis. Ich halte diese Art von Bearbeitung der Aufgaben zu Beginn sehr sinnvoll, weil dies dem „zählenden Rechnen“, die Rechenfertigkeit bei der die Kinder alle Aufgaben mit sinnvollen Zählstrategien lösen und die die meisten von ihnen bereits beherrschen, sehr nahe kommt. In dem sie mit ihrer Figur Schritt für Schritt durch die Landschaft wandern, arbeiten sie eigentlich mit dem gleichen Prinzip, als wenn sie die Aufgabe mit den Fingern lösen. Wenn die Kinder dann mit der Zeit geübter im Umgang mit der Landschaft werden, können sie auch mit dem Männchen in der Landschaft springen. Sie gehen dann nicht mehr Schritt für Schritt, sondern springen von der 0 direkt auf die 3 und von diesem Punkt auf die 7. Voraussetzung für diesen Weg ist allerdings, dass ihnen die Rechnung bereits vertraut ist und sie das Ergebnis schon kennen, so wie es in dem Schulbuchttext auf Seite 135 heißt. Als Randbemerkung bleibt zu erwähnen, dass es den Kindern am Anfang vielleicht schwer fällt, das Ergebnis abzulesen, wenn sie mit der Landschaft noch nicht so vertraut sind. Den Aufbau sollte man dann vorher mit ihnen besprechen und mit ihnen erarbeiten, dass von den 9er – Stufen am meisten vorhanden sind. So wissen sie dann, wenn sie 2 Stufen unter der 9 stehen, dass es sich um die 7 handelt.

Auf diese Art und Weise lassen sich dann sämtliche Additionsaufgaben aus der „0 + 0 – Tabelle“ lösen.

2.2 Subtraktionsaufgaben

Die Subtraktionsaufgaben kann man mit der Pluslandschaft auf ähnliche Weise erarbeiten wie die Additionsaufgaben. Wenn wir als Beispiel die Aufgabe $17 - 5$ (s. Abbildung 2) betrachten, dann müssen die Kinder beginnen, indem sie ihre Figur auf die 17er – Stufe

stellen. Voraussetzung hierfür ist natürlich, dass den Kindern bekannt ist, wo sich die 17er – Stufe in der Landschaft befindet. Von diesem Punkt gehen sie dann 5 Stufen nach unten und landen auf

der 12, dem Ergebnis der Aufgabe. Auf diese Art und Weise können sich die Kinder dann wieder schrittweise die Aufgaben erarbeiten. Falls den Kindern die Aufgabe schon bekannt sein sollte und sie das Ergebnis schon im voraus kennen, können sie auch von der 17 direkt auf die 12 springen und würden so Arbeitsschritte sparen. So können entweder „schrittweise“ oder „sprunghaft“ Subtraktionsaufgaben, die in der „0 + 0 – Tabelle“ liegen, gelöst werden.

2.3 Zahlenfolgen

Zahlenfolgen lassen sich, meiner Meinung nach, besonders gut mit der Pluslandschaft erarbeiten. Wenn wir als Beispiel einmal die Zweierfolge (s. Abbildung 3) betrachten, so beginnen die Kinder mit ihrer Figur auf der 0 und gehen von hier aus den steilsten Weg, den es in der Pluslandschaft gibt, nach oben. Es fällt dann auf, dass sie von 0 direkt auf die 2 und von hier aus direkt auf die 4 springen. Dieser Weg setzt sich dann fort bis zur 18. Auf diese Art und Weise lernen die Kinder dann, die geraden von den ungeraden Zahlen, die in dieser Reihe übersprungen werden, zu unterscheiden und darüber hinaus, welche Zahlen in die Zweierfolge gehören. Wenn man den Weg, den die Kinder hier mit ihrer Figur machen, bei der 10 abbricht, so kann man dann auch von der Zweierreihe sprechen, wie es auf der Seite 138 in dem Schulbuchttext heißt. Hier könnte man dann vielleicht auch schon beginnen, erste leichte Multiplikationsaufgaben zu üben. Wenn wir das Beispiel $3 * 2$ betrachten, so können die Kinder dann von der 0 aus dreimal einen Zweierschritt nach oben machen und landen dann auf der 6. In der Pluslandschaft lassen sich aber nicht nur die Zweierfolge erarbeiten, sondern alle Folgen von 1 bis 9, indem man die verschiedenen Wege in der Landschaft einschlägt.

2.4 Aufgabenkombinationen

Es lässt sich mit der Pluslandschaft ebenfalls sehr gut verdeutlichen, dass es z.B. nicht nur eine Aufgabe gibt, die das Ergebnis 3 hat, sondern dass 3 verschiedene Aufgaben das Ergebnis 3 haben: $0 + 3$; $1 + 2$; $2 + 1$ (s. Abbildung 4,5,6). Diese Tatsache können die Kinder mit der Pluslandschaft sehr gut selber erarbeiten, indem man ihnen den Arbeitsauftrag stellt, zu versuchen, auf möglichst vielen verschiedenen Wegen die Zahl 3 zu erreichen. Diesen

Arbeitsauftrag kann der Lehrer natürlich mit allen Zahlen bis 9 ausführen lassen und die Kinder bekommen durch diese Aufgaben ein besseres Verständnis des Zahlenraumes.

3. Das Mengenverständnis in der Pluslandschaft

Die Pluslandschaft eignet sich über die Erarbeitung der verschiedenen Aufgaben hinaus, auch für die Einführung grundlegender mathematischer Themen. So lassen sich auch die Relationen $<$, $>$, $=$ mit der Pluslandschaft erarbeiten. Dadurch dass die unterschiedlichen Längenhölzer aus der Landschaft herausnehmbar sind, können die Kinder die Relationen sehr leicht erlernen. Jedes Kind ist aufgrund der Länge der Hölzer, die man zu Beginn nebeneinander halten kann, in der Lage, zu erfassen, dass z.B. 7 größer ist als 4, 8 kleiner ist als 12 und dass 17 gleich 17 ist. Zu Beginn der Einführung ist es bestimmt sehr hilfreich, dass man die Hölzer zum besseren Anblick aus der Landschaft entfernen kann, aber dies wird, meiner Meinung nach, schon bald nicht mehr notwendig sein. Die Kinder können sich dann bald innerhalb der Landschaft so gut orientieren, dass sie auch so sagen können, welche Zahl größer ist oder welche Zahlen gleich sind. Das Verständnis der Relationen lässt sich mit der Landschaft sicherlich sehr gut erarbeiten, aber es bleibt noch die zusätzliche Aufgabe die Relationszeichen einzuführen. Diese könnte man aber auch mit Hilfe der einzelnen Hölzer einführen. Man könnte z.B. zwei verschieden lange Hölzer auf ein Blatt Papier nebeneinander legen und nun das Relationszeichen zwischen die Hölzer malen. Das längere Holz liegt dann an der Öffnung und die Spitze zeigt dann zu dem kleineren Holz. Genauso könnte man mit den Hölzern verfahren, die gleichlang sind.

4. Prozess der Addition

In diesem Abschnitt möchte ich darauf eingehen, in wie weit der Prozess der Addition bei der Bearbeitung von Plusaufgaben deutlich wird bzw. in wie weit die Landschaft prädikativ oder funktional denkende Kinder unterstützt.

Die Kinder haben die Möglichkeit, Additionsaufgaben mit der Pluslandschaft auf zwei unterschiedliche Arten zu lösen. Wie bereits oben erwähnt, können sie die Aufgabe „schrittweise“ oder „mit Sprüngen“ lösen. Wenn die Kinder sich dann für den schrittweisen Lösungsweg entscheiden, wird der Prozess, der bei der Addition abläuft sehr schön deutlich. Der Prozess, wie das Ergebnis der Additionsaufgabe entsteht, wird durch das Männchen deutlich, mit dem die Kinder durch die Landschaft schreiten. Durch die Bewegung, die das

Männchen während der Rechnung macht, wird der Prozess deutlich, dass zu einer Zahl eine andere Zahl hinzukommt. Aus diesem Grund sind funktional denkende Kinder, die den Ablauf des Prozesses, verstehen, im Umgang mit der Pluslandschaft eindeutig bevorteilt. Prädikativ denkende Kinder werden zu Beginn sicherlich mehr Schwierigkeiten im Umgang mit der Landschaft haben, da sie sich erst mit diesen Prozessen vertraut machen müssen.

5. Zählendes Rechnen/Denkendes Rechnen

Kinder, die in die erste Klasse eingeschult werden, beherrschen, meist sogar schon vor Schulbeginn, das zählende Rechnen. Es liegt also für die Lehrkräfte auf der Hand, mit dieser Rechenstrategie im Matheunterricht zu beginnen und darauf aufzubauen. Wenn die Schüler das zählende Rechnen beherrschen, dann lösen sie mathematische Aufgaben mit Hilfe von Abzählstrategien. Es handelt sich bei den kleinen Anzahlen in der ersten Klasse zunächst um eine erfolgreiche Lösungsstrategie, um Anzahlen, Summen und Differenzen zu ermitteln. Die Schüler lösen die gestellten Aufgaben zumeist visuell d.h. unter der Zuhilfenahme von Fingern, Plättchen etc.. Meiner Meinung nach kann man diese Rechenstrategie zu Beginn auch in der Pluslandschaft anwenden. Indem man Additionsaufgaben „schrittweise“, d.h. durch das Abschreiten der einzelnen Stufen löst, kommt man dem Prinzip des zählenden Rechnens schon sehr nahe. Wenn wir z.B. die Aufgabe $3 + 4$ betrachten, so wird das Kind zu Beginn des ersten Schuljahres zunächst einmal drei Finger von einer Hand abzählen und von diesem Punkt dann vier Finger weiterzählen. So kommt es dann auf das Ergebnis von 7 Finger. Wenn wir diese Rechnung in der Pluslandschaft betrachten, so funktioniert es nach dem gleichen Prinzip. Wir starten mit unserem Männchen von 0 und gehen dann drei einzelne Schritte in eine Richtung. Von diesem Punkt gehen wir 4 einzelne Schritte in die andere Richtung und landen auf der 7er – Stufe. Da sich die beiden Prinzipien nicht unterscheiden, halt ich es für sinnvoll, gleich von Beginn an die Pluslandschaft einzusetzen, damit die Kinder gar nicht erst in Versuchung geraten, die Finger als Hilfsmittel zu benutzen, und es ihnen später wieder abgewöhnt werden muss.

Mit Hilfe der Pluslandschaft lässt sich dann auch leicht vom zählenden Rechnen auf das denkende Rechnen wechseln. Da das zählende Rechnen sehr schnell unökonomisch wird und bei größeren Zahlen immer länger dauert, müssen die Kinder auf das denkende Rechnen, die Fähigkeit, bei der die Kinder mit Hilfe mentaler Vorstellungsbilder individuelle Lösungsmöglichkeiten finden, umschulen. Auch dieser Schritt lässt sich mit der Pluslandschaft leicht bewältigen: Wenn die Kinder geübt genug im Umgang mit diesem

Material sind, werden sie von alleine dahinwechseln, in der Landschaft zu springen und nicht mehr zu „schreiten“. Dann werden sie direkt von der 3 zur 7 springen, weil ihnen die Rechnung vertraut ist und der Rechenweg bereits im Kopf abläuft, indem sie sich die einzelnen „Schritte“ mental vorstellen.

6. „Kraft der Fünf“

Bei der „Kraft der Fünf“ handelt es sich um eine Gliederung bzw. eine räumliche Anordnung von Anzahlen. Wenn z.B. 10 mit zehn Plättchen dargestellt wird, dann wäre sie auf einen Blick zu erfassen, wenn sie in $2 \cdot 5$ aufgeteilt ist. Der Mensch ist also in der Lage eine Anzahl von 5 auf einen Blick zu erfassen. In der Pluslandschaft wird diese „Kraft der Fünf“ optisch zumindest nicht deutlich, da sich weder die 5, 10 oder 15 hervorheben oder auf den ersten Blick erkennbar sind. Man könnte dieses Prinzip beim Rechnen zwar benutzen, wenn die Kinder sich merken, an welcher Stelle die 5er – Stufe liegt, aber es wäre sinnvoller, sich in der Landschaft an der 9 zu orientieren, da diese viel einfacher ersichtlich ist, weil sie am meisten vorhanden ist. Aus diesem Grund bleibt die Frage zu stellen, ob es überhaupt sinnvoll ist, hier mit der „Kraft der Fünf“ zu arbeiten?

7. Abschlussbetrachtung

Die Pluslandschaft, entwickelt von Peter Gallin in der Schweiz, ist im Anfangsunterricht der ersten Klasse sehr flexibel einsetzbar. Sie kann die Schüler als Material in der ganzen ersten Klasse begleiten, da neben einfachen Additionsaufgaben auch eine Vielzahl anderer Aufgaben mit ihr bearbeitet werden können. Darüber hinaus lassen sich auch mathematische Grundthemen, wie z.B. $<$, $>$, $=$ hervorragend mit ihr einführen. Eine Sache, die ich persönlich wichtig finde, nämlich die „Kraft der Fünf“, geht in dieser Landschaft leider ein wenig unter und es liegt nicht auf der Hand, dieses Thema mit Hilfe der Pluslandschaft einzuführen.

Insgesamt sollte es möglich sein, das Material in der Schule zu lagern. Auch wenn es aus leichtem Material gefertigt ist und es leicht zu tragen wäre, wäre es sehr mühsam, es jeden Morgen in der Schule wieder neu aufzubauen. Darüber hinaus ist das Material auch nicht ganz billig in der Anschaffung und ist vielleicht nicht für jeden erschwinglich.

Insgesamt gesehen stellt die Pluslandschaft aber ein gutes Instrument dar, um erste mathematische Fähigkeiten zu erwerben und ist unter Umständen auch länger als nur im ersten Schuljahr einsetzbar, da sie über die „0 + 0 – Tabelle hinaus beliebig erweiterbar ist.