

Universität Osnabrück

WS 2003/04

Seminar: Grundkurs Didaktik der Mathematik I

Dozentin: Prof. Dr. I. Schwank

Erstreichenschein

Thema: Die Pluslandschaft

Verfasserin:
Kathrin Gediga
Matr. Nr.:

Aufbau der Pluslandschaft

Der Aufbau der Pluslandschaft ist angelehnt an die 0+0 –Tabelle. Diese ist eine Verknüpfungstabelle, welche die Menge der ganzen Zahlen von Null bis Neun über die Addition mit sich selbst verknüpft. Dadurch ergibt es sich, dass die Null in den Ergebnissen einmal vorkommt (nur bei 0+0), die Eins zweimal (1+0 und 0+1), die Zwei dementsprechend dreimal (0+2, 1+1 und 2+0) usw. bis hin zur Neun, die zehnmal vorkommt. Von da an gibt es wieder weniger Möglichkeiten, so dass die Zehn neunmal vorkommt, die Elf achtmal usw. bis hin zur 18, die einmal vorkommt. Dabei sind gleiche Zahlen jeweils auf einer Diagonalen angeordnet. In der Pluslandschaft wurde die Tabelle ins Dreidimensionale umgesetzt. Die einzelnen Zahlen werden durch Stäbe in der jeweiligen Länge dargestellt, so dass eine „Treppenlandschaft“ entsteht. Nun können Figuren genutzt werden, die in der Landschaft „umherwandern“, um Aufgaben zu lösen. Dabei werden die Figuren so genutzt, dass sie zunächst dem ersten Summanden entsprechend in Längsrichtung nach oben gesetzt werden, von da aus setzt man sie dann dem zweiten Summanden entsprechend in Querrichtung weiter nach oben. Anhand der Ebene (Höhe) auf der sich die Figur zum Schluss befindet kann dann das Ergebnis abgelesen werden. Wird einer der Summanden größer als Neun kann allerdings die Richtung nicht mehr gewechselt werden, da sich zwischendurch automatisch ein Richtungswechsel ergibt, was am Ergebnis aber nichts ändert. Auf die gleiche (oder ähnliche) Weise können mit der Pluslandschaft nicht nur Additionsaufgaben, sondern auch verschiedene andere Aufgabentypen gelöst werden. Wichtig ist, dass jede Plattform, auf der Figuren stehen können, bestimmten Koordinaten im dreidimensionalen Koordinatensystem entspricht.

Die Stäbe sind einfarbig und nicht nummeriert, da der Erfinder dieser Landschaft der Meinung ist, dass den Kindern nicht zu viel vorgegeben werden sollte, da sie sonst leicht unterfordert werden könnten. Zu Beginn, also zur Einführung der Pluslandschaft, kann mit Zahlenplättchen gearbeitet werden, die auf die einzelnen Stufen gelegt werden, später aber werden die Kinder dieses Hilfsmittel nicht mehr benötigen. Außerdem kann die Pluslandschaft dadurch auch für Aufgaben verwendet werden, die über das Ergebnis 18 hinausgehen, indem man sich vorstellt, dass die Tabelle bis ins Unendliche fortgeführt werden kann. Man kann einfach annehmen, sich viel weiter oben in der Landschaft zu befinden oder dass die Stufen andere Zahlen repräsentieren.

Didaktische Ziele der Arbeit mit der Pluslandschaft

Größenrelationen von Zahlen werden mit dem Hilfsmittel Pluslandschaft durch ihre Gestaltung im Dreidimensionalen sehr schön deutlich, da größere Zahlen durch längere Stäbe, bzw. höher gelegene Plattformen in der Landschaft dargestellt werden. Zudem kann die Pluslandschaft in die einzelnen Stäbe zerlegt werden, so dass diese zunächst dafür verwendet werden können, um Größenvergleiche durchzuführen, um die Stäbe nach Größe zu sortieren, zu zählen, einfache Treppen zu bauen etc..

Durch diese Möglichkeit werden neben den Fertigkeiten im Rechnen durchaus noch verschiedene andere Sinne angeregt. Zum einen wird durch den Einsatz dieses Materiales die *Feinmotorik* der Kinder geschult. Zum anderen durch das Bewegen der Figuren über die Ebenen, vor allem aber dadurch, dass die Landschaft, wenn sie in ihre Einzelteile zerlegt ist, die Möglichkeit bietet, die Stäbe als Bauklötze zu nutzen und Türme, Häuser oder etwas ähnliches zu bauen. Besonders das richtige Aufbauen der Landschaft erfordert Geschick und dient der Schulung der Feinmotorik und auch des *räumlichen Vorstellungsvermögens*.

Beim Aufbau der Landschaft wird das räumliche Vorstellungsvermögen vor allem dadurch gefördert, dass die Schüler sich ein Bild davon machen müssen, wie diese Landschaft später einmal aussehen soll und sich überlegen müssen, welcher Stab dann wo sitzen muss. Orientieren sie sich an der 0 + 0 – Tabelle müssen sie sich vorstellen, wie diese zweidimensionale Tabelle ins Dreidimensionale übertragen werden könnte. Aber auch wenn sie ein Bild von der fertigen Pluslandschaft sehen, so ist dieses ebenfalls zweidimensional und sie müssen sich eine Vorstellung von der Landschaft im Dreidimensionalen machen.

Gerade in der Grundschule ist es wichtig, neben dem eigentlichen Unterrichtsstoff noch andere Fertigkeiten und Fähigkeiten zu vermitteln und gerade Feinmotorik und räumliches Vorstellungsvermögen gehören zu notwendigen Kompetenzen, zu deren Vermittlung der Unterricht auf jeden Fall beitragen sollte. *Lernen mit allen Sinnen* sollte Ziel eines jeden guten Unterrichts sein.

Durch das Arbeiten mit der Pluslandschaft wird das *funktionale Denken* angeregt, was ebenfalls wesentlicher Bestandteil des Unterrichts sein sollte. Erwiesenermaßen gibt es Menschen, die eher dazu veranlagt sind, prädikativ zu denken und sich mit der funktionalen Denkweise sehr schwer tun und selbstverständlich auch umgekehrt. Aus diesem Grund sollte im Unterricht auf keinen Fall darauf verzichtet werden, auf

eine Weise zu arbeiten, dass sowohl Aufgaben gestellt und Unterrichtsformen gewählt werden, die funktionales als auch Aufgaben und Unterrichtsformen, die prädikatives Denken fördern. Das dynamische Umherwandern in der Landschaft ist wesentlicher Bestandteil der Arbeit mit der Pluslandschaft. Es erfordert einiges an Vorstellungsvermögen, die Landschaft im Kopf so zu verändern, dass über die 18 hinaus gerechnet werden kann und zu überlegen, dass es theoretisch möglich ist, die Landschaft bis ins Unendliche auszubauen. Die Landschaft muss im Kopf immer wieder verändert und den Aufgaben angepasst werden. Zudem ist es wichtig, die Aufgaben immer wieder so zu verändern und anzupassen, dass es für einen selbst am einfachsten ist, sie zu lösen. Das „Zaubern“ in der Landschaft erfordert ebenfalls dynamisches Denken.

Durch den Umgang mit der Pluslandschaft können und sollen die Kinder lernen, dass es oft viele verschiedene Wege gibt, um zum gleichen Ergebnis zu gelangen. Sie sollen erkennen, dass fast immer *verschiedene Rechenwege* möglich sind, um zum gleichen Ergebnis zu kommen und den für sie geschicktesten Weg wählen. Die gegebenen Aufgaben sollen selbstständig von den Kindern umgeformt und für sie bequem gestaltet werden. Die Erkenntnis, dass nicht nur ein Weg richtig ist, sondern, dass sie ihren eigenen genauso richtigen Weg finden dürfen, ist eine wichtige Erkenntnis, die im Umgang mit der Pluslandschaft vermittelt werden sollte. Auch dass es manchmal hilfreich sein kann, Umwege zu gehen und bekannte Rechnungen zu nutzen, um nicht jede Stufe einzeln nehmen zu müssen sollte von den Kindern erkannt und genutzt werden.

Hierin, also in diesen Erkenntnissen, liegt meiner Meinung nach ein wesentlicher Schritt *vom zählenden zum denkenden Rechnen*. Denn zu Beginn der Arbeit mit der Pluslandschaft werden die meisten Kinder zunächst zählend rechnen, der Sinn aber soll es sein, dass sie sich von dieser Methode lösen und zum denkenden Rechnen übergehen. Im Buch ist das für die Kinder dadurch umschrieben, dass der Zwerg die Möglichkeit hat, sich auf höhere Stufen „hoch zu zaubern“, wenn er (bzw. die Kinder) sich in der Landschaft schon gut zurechtfindet und schon einige Ergebnisse kennt.

Der *Prozess von Addition* wird beim Wandern in der Landschaft insofern deutlich, als dass die Kinder sehen können, dass die Figur in der Landschaft immer höher steigen muss, wenn zu einer Zahl eine andere addiert wird. Es wird deutlich, dass bei der Addition zweier bzw. mehrerer Zahlen als Ergebnis immer Zahlen entstehen, die auf einer höheren Stufe liegen als jeder einzelne der Summanden. Die Definition der

Addition besagt, dass durch das Zusammenfügen von Mengen größere Mengen entstehen, was hier in der Landschaft schön zu zeigen ist.

Der *Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion* wird hier meiner Meinung nach ebenfalls gut deutlich. Es ist erkennbar, dass jedes Aufsteigen durch das Hinabsteigen der gleichen Anzahl von Stufen wieder rückgängig gemacht werden kann. Den Kindern muss klar sein, dass Addieren (in dieser Landschaft) bedeutet, Stufen hinaufzusteigen und Subtrahieren, Stufen hinabzusteigen. Dann kann ihnen klar werden, dass diese beiden Rechenoperationen auseinander hervorgehen und die gegenseitige Umkehrung voneinander sind.

Es wird deutlich, dass keine Zahl für sich alleine steht, sondern dass immer sogenannte „Nachbarn“ vorhanden sind. Auch wird klar, dass jede Zahl einen festen Platz in diesem Gefüge hat und dass der Abstand von Zahl zu Zahl immer der gleiche ist. Die Kinder können lernen, dass Rechnungen die ihnen schwierig erscheinen, durch Abwandeln einfacher gemacht werden können, indem zunächst mit Zahlen gerechnet wird, die sehr nah an der geforderten Aufgabe liegen, die aber für die Kinder einfacher zu rechnen sind. Zum Schluss können sie dann die richtigen Nachbarn finden und das Ergebnis bestimmen.

Der *Zehnerübergang* wird durch dieses Unterrichtsmaterial nicht besonders deutlich gemacht, da die Zehn hier nicht anders dargestellt ist als alle anderen Zahlen auch, ihr kommt keine gesonderte Bedeutung zu. Auch das Prinzip der „*Kraft der Fünf*“ findet hier keine besondere Anwendung.

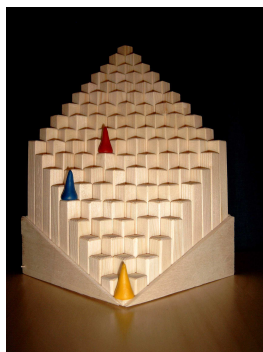
Ich denke, dass es den Kindern *Spaß* macht, mit der Landschaft zu arbeiten. Vor allem dadurch, dass im Buch die Geschichte von dem Zwerg beschrieben wird, der sich in einer Landschaft bewegt und sich sogar irgendwo „hinzaubern“ kann. Später kommen dann noch Feen ins Spiel. Dieses wird ihnen den Umgang mit der Addition attraktiv machen und ihnen eine spielerische Herangehensweise eröffnen.

Zur *Verschriftlichung* ist zu sagen, dass die $0+0$ –Tabelle natürlich besonders passend ist, was allerdings daraus resultiert, dass die Landschaft nach dieser Tabelle aufgebaut ist. Aber auch die „normale“ Verschriftlichung (also $x + y = z$) stellt in meinen Augen kein großes Problem dar, da die Aufgaben gut an diese Art der Verschriftlichung angepasst gelöst werden können. Die Kinder können einfach von links nach rechts vorgehen, also zunächst x Schritte in eine Richtung nach oben gehen, dann y Schritte in die andere und dann anhand der Ebene auf der sie sich befinden das Ergebnis z ablesen.

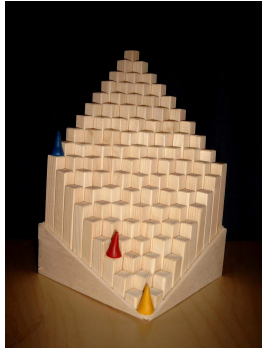
Aufgabentypen und Beispiele

Mit der Pluslandschaft können *verschiedenartige Aufgaben* bearbeitet werden. Zunächst können einfache Additions- und auch Subtraktionsaufgaben mit zwei oder auch mehr Summanden/Subtrahenden gelöst werden. Auch ist es möglich in Kettenaufgaben gleichzeitig Addition und Subtraktion in einer Aufgabe zu bearbeiten. Zudem können Aufgaben gelöst werden, bei denen das Ergebnis und einer der Summanden gegeben sind. Auch das Lösen von Subtraktionsaufgaben, bei denen das Ergebnis gegeben ist, aber Subtrahend oder Minuend fehlen, ist möglich. Ungleichungen können ebenfalls dargestellt werden. Es können gegebene Zahlen in der Landschaft gesucht werden; hat man erst eine Zahl, so kann leicht festgestellt werden, welche Zahlen größer (höhere Ebene), welche kleiner (niedrigere Ebene) oder gleich (gleiche Ebene) sind. Die Pluslandschaft bietet zudem die Möglichkeit, Zahlenfolgen zu betrachten. Auch der Übergang zum Multiplizieren kann begangen werden, indem man immer in bestimmten Schritten (wie in Beispielaufgabe 5, siehe unten) voranschreitet und sich dann überlegt, wie oft man diesen bestimmten Schritt machen musste um das Ergebnis zu erreichen. Zunächst einmal können nur Aufgaben im Zahlenraum bis 18 durchgespielt werden. Sind die Kinder aber geübter im Umgang mit der Pluslandschaft, so kann auch weit darüber hinaus mit der Landschaft gerechnet werden, indem man sich vorstellt, die Landschaft wäre größer, man befände sich auf anderen Ebenen und die Stäbe würden andere Zahlen repräsentieren.

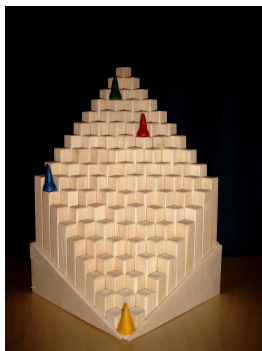
Beispiele für verschiedene Aufgabentypen:



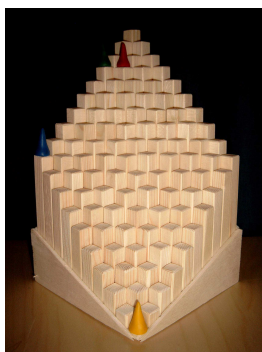
Als erste Aufgabe (Abb.1) habe ich die einfache Additionsaufgabe $5 + 3$ gewählt. Die gelbe Figur bezeichnet den Startpunkt, von dem aus man losgeht. Von dort aus wird zunächst der erste Summand (also die Fünf) gesetzt. Dabei lässt man die Figur fünf Stufen in Längsrichtung nach oben wandern (als Zwischenergebnis steht dort die blaue Figur). Von dort aus muss dann der zweite Summand (in diesem Fall also die Drei) am besten in Querrichtung gesetzt werden, wo dann in der Abbildung die rote Figur steht und das Ergebnis markiert. Da diese auf der Ebene Acht steht kann das Ergebnis $5 + 3 = 8$ abgelesen werden.



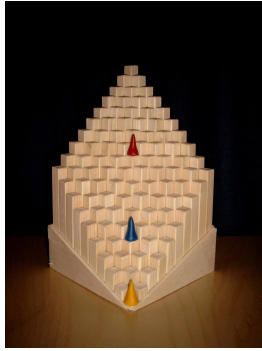
Als zweite Aufgabe (Abb. 2) wähle ich die Subtraktionsaufgabe $9 - 6$. Hierbei kann wieder bei Null (gelbe Figur) gestartet und neun Stufen nach oben gegangen werden, dort steht wieder die blaue Figur, um das Zwischenergebnis zu markieren (Kinder die schon sicherer sind im Umgang mit der Pluslandschaft könnten auch direkt bei der Neun anfangen – gilt auch für alle anderen Aufgaben). Da von der Neun sechs abgezogen werden sollen muss man die Figur nun sechs Stufen nach unten setzen. Die Figur landet dann auf der Stufe Drei, auf der im Bild die rote Figur wieder das Ergebnis markiert.



Als dritte Aufgabe (Abb.3) wähle ich die Kettenaufgabe $8 + 7 - 3$. Die gelbe Figur markiert wieder die Null, bei der die Figur startet. Von dort aus wird die Figur zunächst in eine Richtung acht Stufen nach oben gesetzt (die blaue Figur markiert diesen Punkt). Als zweiter Schritt soll die Sieben addiert werden, die Figur muss also sieben Stufen nach oben gesetzt werden (am besten wieder in die andere Richtung). An dieser Stelle markiert die grüne Figur das Zwischenergebnis. Als letzter Schritt sollen noch drei abgezogen werden, die Figur muss also noch drei Stufen wieder hinabsteigen. Die rote Figur steht nun auf Ebene Zwölf und markiert das Ergebnis der Kettenaufgabe.



Als vierte Aufgabe (Abb.4) wähle ich eine Aufgabe, bei der ein Summand und das Ergebnis gegeben sind, nämlich die Aufgabe $9 + x = 15$. Die gelbe Figur markiert wieder die Null als Startpunkt. Von dort aus können jetzt zunächst neun Stufen nach oben gegangen werden (diesen Punkt markiert die blaue Figur). Da der zweite Summand nicht bekannt ist, dafür aber das Ergebnis, kann die rote Figur auf die Fünfzehn (Ergebnis) gesetzt werden. Nun gilt es zu bestimmen, wie viel höher die rote Figur steht als die blaue, da man wissen möchte, wie groß der zweite Summand ist, wie weit man also von der blauen Figur aus noch gehen musste. Dafür kann nun die grüne Figur verwendet werden, indem sie so viele Stufen höher gesetzt (und gezählt) wird, bis sie auf einer Ebene/oder auch auf der gleichen Plattform steht, wie die rote Figur.



Als fünfte Aufgabe (Abb.5) habe ich noch eine Additionsaufgabe gewählt, die nur aus geraden Zahlen besteht und somit über den steilen Weg in der Mitte erreicht werden kann. Die Aufgabe $4 + 6$ kann so gelöst werden, dass die Figur vom gelben Startpunkt aus steil in der Mitte in zwei Zweierschritten nach oben steigt und dort mit der blauen Figur die Vier als ersten Summanden markiert. Darauf müssen dann noch drei Zweierschritte gemacht werden, um die Sechs zu addieren. Die rote Figur steht dann auf Ebene 10 und markiert das Ergebnis. Hier findet sich dann ein sinnvoller Übergang zur Rechenoperation Multiplikation.