
Bericht über einzelne Ergebnisse des Abschlusstests an der SMP Kalam Kudus vom August 2011

Christa Kaune, Elmar Cohors-Fresenborg, Universität Osnabrück

Das Unterrichtsprojekt wurde im Juli/August 2011 in der Jahrgangsstufe 7 durchgeführt. Es wurden die ersten zwei Kapitel des neu konzipierten Schülerarbeitsbuches (Kaune, C. & Cohors-Fresenborg, E. (2011): Perjanjian untuk Berhitung. Buku Kerja untuk Siswa Kelas 7. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik) durchgenommen.

Zwei Versuchsklassen (7A, 7E) mit 60 Schülern waren an dem Unterrichtsprojekt beteiligt. In diesen Versuchsklassen wurde in mehr als 20 Stunden Mathematikunterricht erteilt durch die Lehrkräfte Novi, Hanna und Linda. Die restlichen drei Klassen (7B, 7C, 7D) mit 94 Schülern dienten als Kontrollklassen. In diesen Kontrollklassen wurde der Unterricht durch Hanna, Linda und zwei weitere Lehrkräfte nach üblichem Schulbuch und Unterrichtskonzept erteilt. In den Versuchsklassen wurde nur ungefähr die Hälfte der Unterrichtszeit in die Vermittlung des üblichen Schulstoffs investiert.

Trotzdem zeigt sich in dem Abschlusstest – geschrieben nach etwa gleich vielen Mathematikstunden –, dass es keinen statistisch signifikanten Unterschied in der Rechenleistung (gemessen durch Aufgabe 1 a bis 1d) zwischen den Versuchsklassen und den Kontrollklassen gibt. Das heißt, es wäre bei geeignetem Unterricht Zeit, auch den Schülern das Verstehen und Begründen nahe zu bringen.

Auffällig ist, dass alle Klassen über gute Rechenfertigkeiten verfügen. Im Jahr 2010 wurden dieselben Aufgaben in einer SMP in einem analogen Unterrichtsversuch in Yogyakarta eingesetzt.

Ein Vergleich ergibt:

- Im Durchschnitt lösen die Schüler aller Klassen an der SMP KK um die Hälfte mehr Aufgaben richtig als die Schüler der Kontrollklassen der SMP aus Yogyakarta. Das zeigt, dass an der SMP KK die Mathematiklehrer sehr erfolgreich Rechenfertigkeiten unterrichten. Dieses Niveau ist kaum zu steigern.

Eine qualitative Analyse aller einzelnen Schülerleistungen hat folgendes ergeben:

Die Schüler der Kontrollklassen zeigen ein ganz uneinheitliches Bild, was das Aufschreiben der Rechnungen angeht.

- Schüler der 7B arbeiten durchgängig mit Nebenrechnungen. Dadurch entstehen keine Klammerfehler.

- Schüler aller drei Kontrollklassen rechnen entlang der Termstruktur von links nach rechts. Nur ein einziger Schüler sieht einen Rechenvorteil durch Anwendung von Rechengesetzen.
- Schüler der 7D haben die größten Schwierigkeiten beim sachgerechten Umgang mit dem Gleichheitszeichen.

Obwohl in Aufgabe 1 keine Begründungen von den Schülern verlangt wurden, haben die Schüler der Versuchsklassen häufig unaufgefordert ihre Rechnungen erklärt und begründet, dagegen die Schüler in zwei Kontrollklassen gar nicht, in einer Kontrollklasse sehr selten. Details stehen in folgender Tabelle:

Klasse	Anzahl Schüler	Anzahl der Erklärungen / Begründungen für Rechnungen/Rechenschritte			
		1a	1b	1c	1d
7A	28	16	17	16	16
7B	32	0	0	0	0
7C	31	4	3	3	2
7D	31	0	0	0	0
7E	32	12	12	13	13

Die Erklärungen aus der Kontrollklasse 7C sind von unterschiedlicher Qualität, wie die drei folgenden Beispiele zeigen:

Hinter Nathaniels (7C) Beschreibung kann man kaum eine allgemeine Gesetz-mäßigkeit erkennen.

a. $(239 + (-39))$

$$239 + (-39) = 239 - 39 = 200$$

Jadi jika plus + ketemu - maka akan menjadi -
~~Jadi $239 + (-39) = 239 - 39 = 200$~~

Eine Rechenregel (Definition der Subtraktion) vermutet man hinter der Erklärung von Devina (7C):

1. Hitunglah!

a. $(239 + (-39)) = 200$ bil. positif karena \checkmark ditambah dg. negatif sama dg. dikurangi.

$$\begin{array}{r} 239 \\ - 39 \\ \hline 200 \end{array}$$

Völlig unzureichend in der Allgemeinheit, aber dennoch verständlich ist die Erklärung von Michael PH (7C). Das ist eine von nur zwei gegebenen Erklärungen zu diesem Aufgabenteil 1d:

d. $(54 + (192 - 54))$
~~penjelasan = (plus plus)~~
 $(192 - 54) = 138 = 54 + 138 = 192$
 penjelasan = (plus - plus) = plus = plus + plus = plus

Die Schüler der Versuchsklassen schreiben Begründungen zu 48 % der Aufgabenteile. In fast allen Fällen argumentieren sie mit den einzelnen Paragraphen des Vertragswerks. Diese Art von Begründungen ist für indonesische Verhältnisse unvorstellbar abstrakt.

Herausragend in der Art, **jeden** Schritt durch einen Paragraphen abzusichern, sind die Lösungen von Stefen (7A). Ihm ist bewusst, dass er zunächst aus der Differenz eine Summe machen muss, damit er das Assoziativgesetz anwenden kann. Dieses Niveau wird vermutlich an einer indonesischen Universität nicht einmal jeder gute Lehrerstudent erreichen:

d. $(54 + (192 - 54))$

$(54 + (192 + (-54)))$	DP
$((54 + 192) + (-54))$	A ⁺
$((192 + 54) + (-54))$	K K ⁺
$(192 + (54 + (-54)))$	A ⁺
$(192 + 0)$	*
192	N ⁺

Einen anderen Lösungsweg zu 1a nimmt Edwin (7A). Er rechnet vertragsicher, sieht Rechenvorteile und zerlegt die 239 in 200+39. Damit ist er der Einzige, der diesen Weg einschlägt.

a. $(239 + (-39)) = (200 + 39 + (-39))$ ✖

$= (200 + (39 + (-39)))$ ✖

$= (200 + 0)$ ✖ I⁺

$= (0 + 200)$ K⁺

$= 200$ N⁺

Auch Kezia (7E, Nr. 17) rechnet vertragsgemäß, ohne Paragraphennamen zu notieren. Sie wendet das Assoziativgesetz an, um einen Rechenvorteil zu erlangen:

$$\begin{aligned}
 c. & \quad (89 + (11 + 137)) \\
 & \quad = (89 + 11) + 137 \\
 & \quad = 100 + 137 \\
 & \quad = \underline{237}
 \end{aligned}$$

Bei Aaron hat man zunächst den Eindruck, dass er richtig rechnet, aber die Namen der Paragraphen nicht kennt.

$ \begin{aligned} b. & \quad ((23 + 112) + (-23)) \\ & \quad (23 + (112 + (-23))) \quad K^+ \\ & \quad (23 + (112 - 23)) \quad A^+ \\ & \quad (23 + 89) \quad * \\ & \quad 112 \quad * \end{aligned} $	$ \begin{aligned} N^+ & \quad (a + b) + c \\ I^+ & \quad (a + (-a)) = 0 \\ A^+ & \quad ((a + b) + c) = (a + (b + c)) \\ A^+ & \quad ((a + b)) = (b + a) \\ D^+ & \quad (a - b) = (a + (-b)) \end{aligned} $
Nama : <u>Aaron</u>	

Weil er aber auf der ersten Seite des Test (hier darüberstehend in der rechten Spalte) aus seiner Erinnerung heraus das Vertragswerk noch einmal aufgeschrieben hat, dabei aber die Paragraphennamen vertauscht hat, kann man sehen, dass auch er konsequent und richtig gerechnet hat.

Eine Sonderstellung nimmt Jesicas (7A) Lösung ein. Sie übersetzt die formale Notation zunächst in eine semi-formale mit den Zeichen für Guthaben und Schulden. In dieser Darstellung rechnet sie alle vier Aufgaben fehlerfrei. Die Rückübersetzung unterbleibt allerdings.

$$\begin{aligned}
 b. & \quad ((23 + 112) + (-23)) \\
 & \quad = ((K 23 + K 112) + (D 23)) \\
 & \quad = (K 135 + (D 23)) \\
 & \quad = K 112
 \end{aligned}$$

Diese Analysen zeigen, dass die intensive Beschäftigung mit „vertragsgemäßigem Rechnen“ von den Schülern angenommen worden ist. Sehr viele haben auch verinnerlicht, dass man in der Mathematik alles begründen muss. Das letzte Beispiel zeigt, dass die Modellwelt „Bank“ einigen Schülern hilft, sich beim Rechnen über die Zulässigkeit einzelner Rechenschritte zu vergewissern.